

2. TEMA

GEOMETRİK ŞEKİLLER

- 2.1. Dörtgenlerin Özellikleri
- 2.2. Özel Dörtgenler Arasındaki İlişkiler
- 2.3. Çokgenlerin Sınıflandırılması
- 2.4. Dışbükey Çokgenlerin Özellikleri
- 2.5. Çokgenlerle İlgili Problemler

Anahtar Kavramlar

- | | | |
|-------------------|-------------------|----------------|
| • alan | • düzgün çokgen | • köşegen |
| • deltoid | • eşkenar dörtgen | • paralelkenar |
| • dışbükey çokgen | • içbükey çokgen | • simetri |
| • dikdörtgen | • kare | • yamuk |

Sembol ve Gösterimler

- | | | |
|-----------|----------|------------------|
| • $\perp$ | • $[AB]$ | • $A(ABCD)$ |
| • $//$ | • $ AB $ | • $\angle(ABCD)$ |
| • AB | | |

Bu temada sizden

- üçgenlerde açı, benzerlik ve alan özelliklerinden yola çıkarak dörtgenlerin açı, kenar, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilmeniz,
- özel dörtgenlerin kenar, açı, köşegen ve simetri özelliklerinden hareketle aralarındaki ilişkileri yapılandırabilmeniz,
- çokgenleri içbükey veya dışbükey olarak sınıflandırabilmeniz,
- dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine dair çıkarım yapabilmeniz,
- çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerini içeren problemler çözebilmeniz

beklenmektedir.

Tema boyunca sizden ölçme ve değerlendirme sorularını cevaplamanız, çalışma kâğıtlarındaki soruları ve alıştırmaları sorularını çözmeniz, performans görevini yerine getirmeniz ve araştırma ödevini yapmanız istenecektir.



2. Tema karekodu



2. Tema Sunusu'na yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.

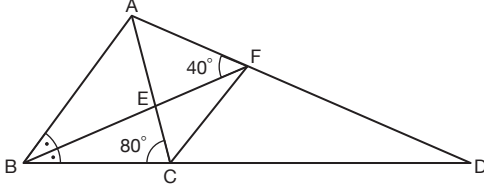


Başlarken

Günlük hayatta çevrede bulunan birçok nesnenin aslında geometrik şekillerden oluştuğu görülmektedir. Örneğin kar kristalleri, futbol topu, bal peteği, yol tabelaları, mimari yapılar hatta karo döşemeler bile çokgenlerin ve dörtgenlerin farklı türlerinden oluşmaktadır. Bir binanın mimari yapısında dikdörtgenler, bir uçurtmada altıgen, bir masa yüzeyinde kare bulunurken; kaplumbağa kabuğu, örümcek ağı ve denizyıldızı doğadaki geometrik yapılara örnek olarak gösterilebilir. Bu şekiller sadece estetik bir görüntü değil aynı zamanda dayanıklılık, denge ve verimlilik sağlar. Bu nedenle çokgenler mühendislikten sanata, teknolojiye kadar birçok alanda önemli bir rol üstlenmektedir.

Ön Değerlendirme

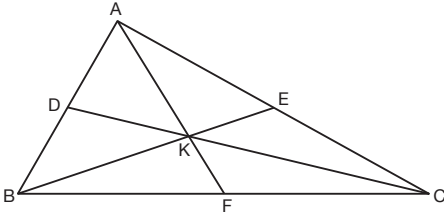
1.



ABC üçgeninde $[BF]$, $\angle ABD$ açısının iç açıortayı, $m(\angle AFB) = 40^\circ$ ve $m(\angle ACB) = 80^\circ$ olarak veriliyor.

Buna göre $m(\angle FCD)$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

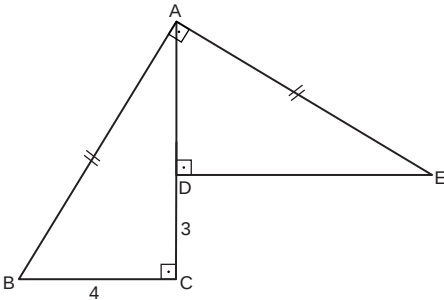
2.



ABC üçgeninde $[BE]$ ve $[CD]$ kenarortaylar, $[BE] \cap [CD] = K$ olarak veriliyor.

ABC üçgeninde $|DK| = 5$ cm ve $|AK| = 6$ cm olduğuna göre $|KC| + |KF|$ toplamının kaç cm olduğunu bulunuz.

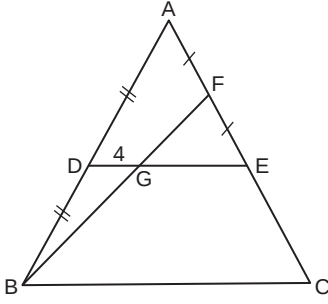
3.



Yandaki şekilde $\triangle ACB$ ve $\triangle ADE$ dik üçgenler, $[AC] \perp [CB]$, $[DE], [BA] \perp [DE]$; A, D ve C noktaları doğrusaldır. $|AB| = |AE|$, $|BC| = 4$ cm ve $|DC| = 3$ cm olarak veriliyor.

Buna göre $|DE|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

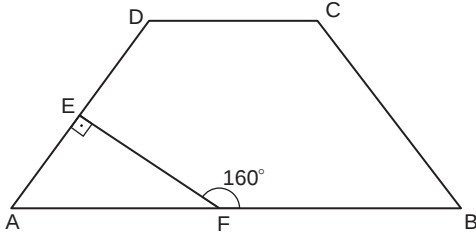
4.



ABC üçgeninde $[DE] \parallel [BC]$, $D \in [AB]$; $E, F \in [AC]$,
 $[DE] \cap [BF] = \{G\}$, $|AD| = |DB|$, $|AF| = |FE|$ ve $|DG| = 4$ cm olarak
 veriliyor.

Buna göre $|BC|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

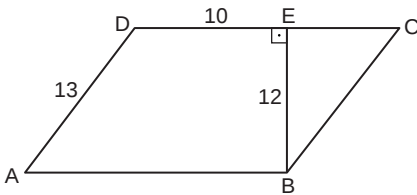
5.



ABCD yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$, $E \in [AD]$, $F \in [AB]$,
 $[FE] \perp [AD]$ ve $m(\widehat{BFE}) = 160^\circ$ olarak veriliyor.

Buna göre $m(\widehat{ADC})$ nün kaç derece olduğunu
 bulunuz.

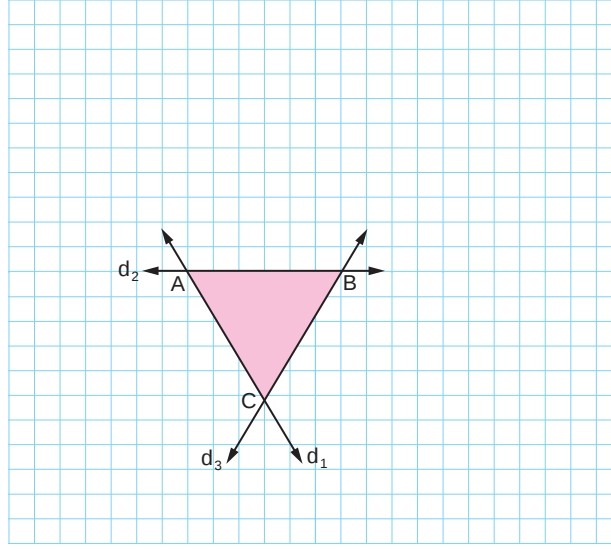
6.



ABCD paralelkenarında $E \in [DC]$, $[BE] \perp [DC]$,
 $|AD| = 13$ cm, $|EB| = 12$ cm ve $|DE| = 10$ cm olarak veriliyor.

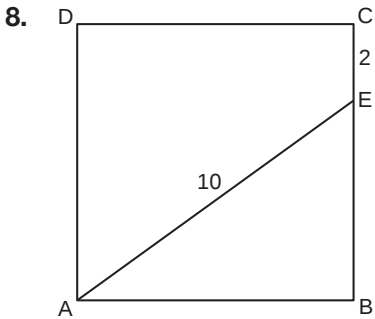
Buna göre $A(ABCD)$ nın kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

7. Aşağıdaki birim kareli zemin üzerinde d_1 , d_2 ve d_3 doğrularının kesişimleriyle oluşan ABC eşkenar üçgensel bölgesi verilmiştir.



Buna göre

- a) ABC üçgensel bölgesinin d_2 doğrusuna göre simetriğinin alınmasıyla oluşan bölge ABC' üçgensel bölge olmak üzere ACBC' bölgesinin oluşturduğu geometrik şekli ifade ediniz.
- b) ABC üçgensel bölgesinin d_2 doğrusuna göre simetriğinin alınmasıyla oluşan bölge ABC' üçgensel bölge, d_3 doğrusuna göre simetriği alındığında oluşan bölge $A'BC$ üçgensel bölge olmak üzere $ACA'C'$ bölgesinin oluşturduğu geometrik şekli ifade ediniz.



ABCD karesinde C, E ve B noktaları doğrusaldır. $|CE| = 2$ cm, $|AE| = 10$ cm olarak veriliyor.

Buna göre A(ABCD) nın kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

2.1. DÖRTGENLERİN ÖZELLİKLERİ

Konuya Başlarken

Ahşap, Anadolu-Türk sanatının erken dönemlerinden itibaren çeşitli sanat ürünlerinde kullanılan bir malzeme olarak görülmektedir (Görsel 2.1). Başta kapı, pencere kanatları, minber, mihrap, sütun başlıkları, kiriş gibi mimari öğelerde ve rahle, Kur'an mahfazası, sandık, sehpa gibi eşyaların üretilmesinde kullanılmıştır. Ahşap, çok yaygın kullanılan bir malzeme olduğundan kullanılan teknikler de buna bağlı olarak çeşitlilik göstermektedir.



Görsel 2.1: Türk İslam Mimarisinde Ahşap Üzerine Yapılmış Geometrik Desenler Modeli

Buna göre aşağıdaki sorularla ilgili fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

1. Görsel 2.1’de verilen süslemede hangi geometrik şekiller kullanılmıştır?
2. Değişik üçgen modellerinin bir araya gelmesiyle hangi geometrik şekiller elde edilebilir?
3. Üçgenlere ait özelliklerden yola çıkılarak dörtgenlerin özelliklerine ulaşılabilir mi?

Çevremizdeki yapıların geometrik modellerle analiz edilmesi; nesnelerin boyutsal özelliklerinin ve mekânsal ilişkilerinin farklı dörtgenler üzerinden tanımlanmasına imkân sağlar. Oda zeminleri, masa yüzeyleri ve futbol sahaları, farklı dörtgen türlerinin günlük hayattaki somut örneklerini oluşturur. Bu geometrik şekilleri tanımak ve temel özelliklerini öğrenmek, hem matematik derslerinde hem de günlük yaşamda önemli avantajlar sağlar.

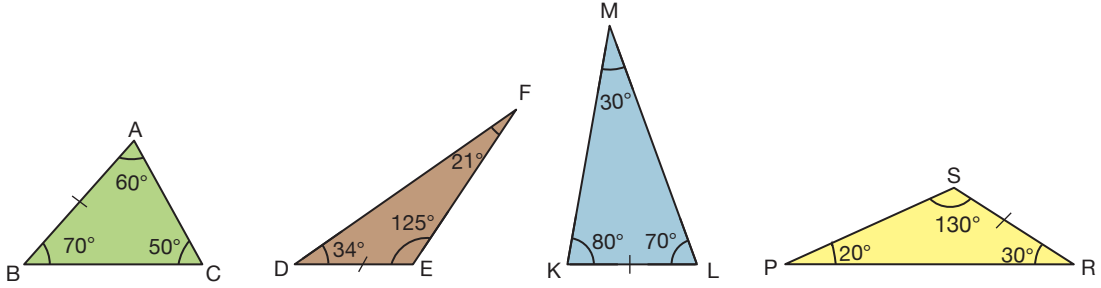
Bu bilgiler sayesinde yalnızca akademik başarı desteklenmez; aynı zamanda alan ve çevre hesaplamalarıyla ilgili problemler de daha kolay çözülebilir. Böylece bir duvarı boyamak için ne kadar boyaya ya da bir bahçeyi çevirmek için ne kadar çite ihtiyaç duyulacağı pratik bir şekilde belirlenebilir.



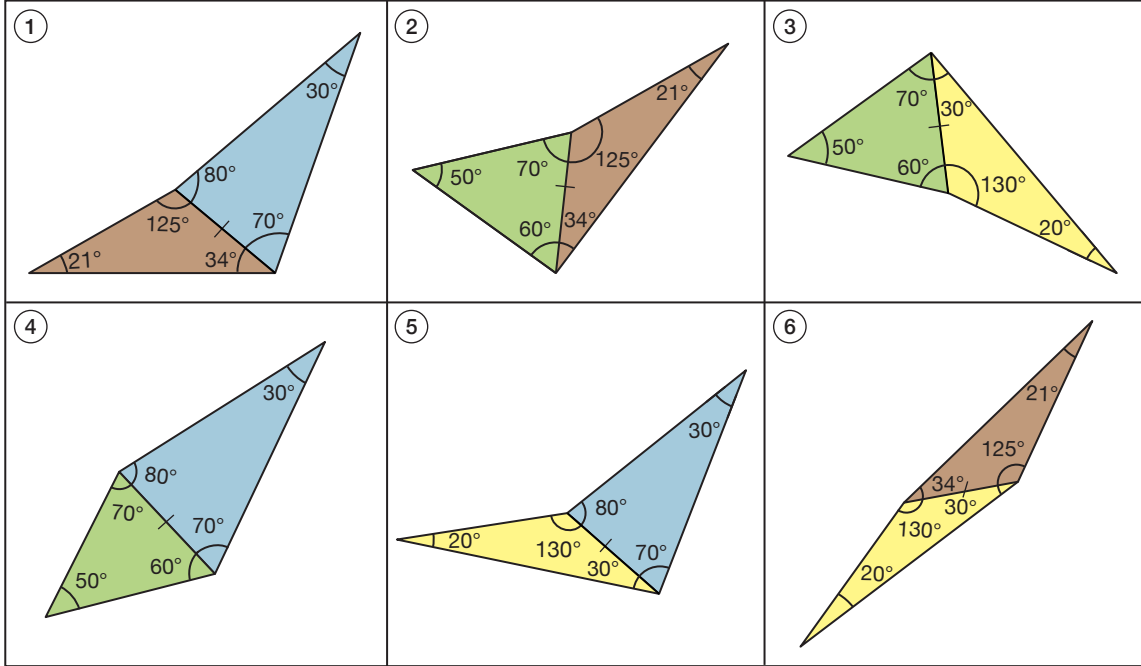
1. Uygulama

Dörtgenlerde İçbükeylik ve Dışbükeylik

Aşağıda birer kenar uzunluğu eşit olan dört farklı üçgen verilmiştir.



İç açı ölçüleri bilinen ve bir kenarının uzunluğu eşit olan dört farklı üçgenin eşit kenarları üzerinde çakıştırılmasıyla elde edilen dörtgenler aşağıdaki tabloda verilmiştir.



Buna göre

1. Tablodaki numaralandırılmış dörtgenleri görünümlerine göre iki gruba ayırırsanız ayırma kriterlerinizin ne olacağını tartışınız.
2. Tablodaki numaralandırılmış dörtgenlerden hangilerinin bir iç açı ölçüsünün 180° den büyük, hangilerinin her bir iç açı ölçüsünün 180° den küçük olduğunu bularak alttaki boşluğa yazınız.
3. Tablodaki numaralandırılmış dörtgenlerden hangilerinin tüm köşegenlerinin dörtgenin iç bölgesinde, hangilerinin bir köşegeninin dörtgenin dış bölgesinde kalacağını bularak alttaki boşluğa yazınız.



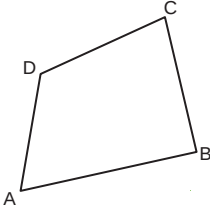
4. 2 ve 3. maddelerde gruplandırma için kullanılan ölçütlerin dörtgenlerin sınıflandırılmasında sağladığı kolaylıklar üzerine sınıf arkadaşlarınızla saygı ve nezaket kuralları çerçevesinde tartışınız.

Her bir iç açısının ölçüsü 180° den küçük olan veya köşegenleri dörtgenin iç bölgesinde bulunan dörtgenlere **dışbükey dörtgen**, herhangi bir iç açısının ölçüsü 180° den büyük olan veya köşegenlerinden biri dörtgenin dış bölgesinde bulunan dörtgenlere **içbükey dörtgen** denir. Bundan sonra incelenecek dörtgenler ve kullanılacak dörtgen ifadeleri dışbükey dörtgenler için geçerli olacaktır.

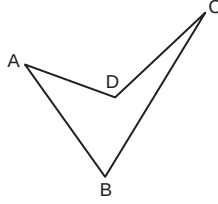
1. Örnek

Aşağıdaki dörtgen örneklerinden hangilerinin dışbükey, hangilerinin içbükey olduğunu bulunuz.

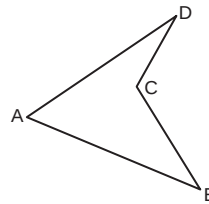
I.



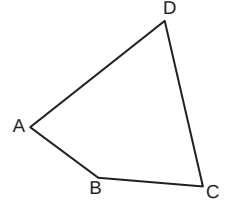
II.



III.



IV.



Çözüm

I ve IV. dörtgenlerin her bir iç açısının ölçüsü 180° den küçük olduğu için dışbükey, II ve III. dörtgenlerin birer açısının ölçüsü 180° den büyük olduğu için içbükey dörtgenlerdir.

Sıra Sizde 1

Aşağıdaki ifadelerde içbükey ve dışbükey dörtgenlere ait özellikler verilmiştir. Sol taraftaki boşluklara bu özelliklerden doğru olanlara "D", yanlış olanlara "Y" yazınız.

{.....} Dışbükey dörtgenlerin bütün iç açılarının ölçüleri eşittir.

{.....} İçbükey dörtgenlerin iki iç açısının ölçüsü 180° den büyük olabilir.

{.....} Hem içbükey hem de dışbükey dörtgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamı eşittir.

{.....} Dışbükey dörtgenlerde çizilen köşegenler dörtgenin iç bölgesinde kalır.

2. Uygulama



Dörtgenlerde Açı Özellikleri

Aşağıda istenenleri gerçekleştirerek soruları yanıtlayınız.

1. Dörtgen, yamuk, ikizkenar yamuk, dik yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve karenin iç açıları arasındaki ilişkiye, iç açılarının ölçüleri toplamına, dış açıların ölçüleri toplamına dair varsayımlarınızı yazınız.

2. Elde ettiğiniz varsayımlardan genellemeler oluşturmak için aşağıda verilen matematik yazılımı ile ilgili adımları uygulayınız.

1. adım: **Araçlar** bölümünden **Doğru** aracını seçiniz. Yatay olacak şekilde soldan sağa doğru sırasıyla A ve B noktalarını seçiniz.



2. adım: Araçlar bölümünde **Paralel Doğru** aracını seçiniz. AB doğrusunu seçerek bu doğruya paralel başka bir doğru oluşturunuz. AB doğrusuna paralel olan doğru üzerinde bir C noktası oluşacaktır.

3. adım: Nokta aracını seçerek C noktasının olduğu doğru üzerinde ve C noktasının solunda kalacak şekilde herhangi bir D noktası belirleyiniz.

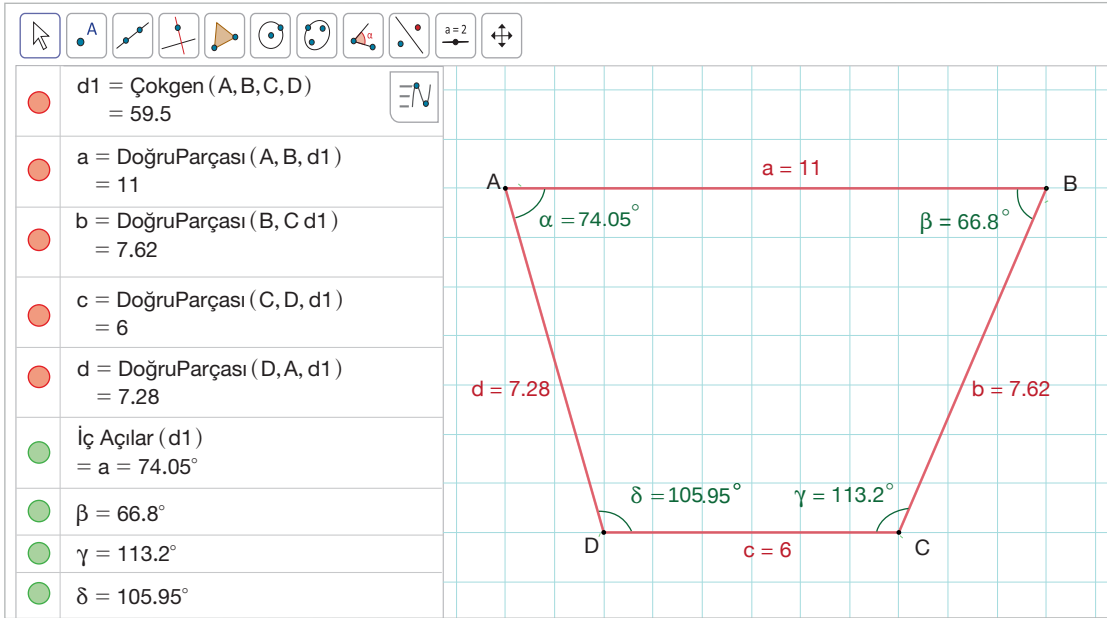
4. adım: Çokgen aracını seçerek sırasıyla A, B, C, D noktalarını ve yeniden A noktasını işaretleyiniz.

5. adım: Nesneyi Göster/Gizle aracını seçerek çokgen dışındaki doğruları seçiniz.

6. adım: Araçlar bölümünden **Açı** aracını seçerek dörtgen içindeki bölgeyi işaretleyiniz.

7. adım: Uzaklık veya **Uzunluk** aracını seçerek tüm kenarları işaretleyiniz.

Bu adımlar uygulandığında matematik yazılımında oluşacak ABCD dörtgenine benzer bir örneğinin görüntüsü aşağıda verilmiştir.



8. adım: Taşı aracını seçiniz, aşağıdaki maddelerde verilen yönergeleri sırasıyla uygulayarak elde ettiğiniz özel dörtgenler ile ilgili bilgileri Tablo 1’de ilgili alanlara örnekteki gibi yazınız.

- İkizkenar yamuk elde edebilmek için AD ve BC kenar uzunlukları eşit oluncaya kadar C ve D köşelerini hareket ettiriniz.
- Dik yamuk elde edebilmek için D köşesindeki açının ölçüsü 90° oluncaya kadar D köşesini hareket ettiriniz.
- Paralelkenar elde edebilmek için A ile C ve B ile D açılarının ölçüleri eşit oluncaya kadar D noktasını sağa ve sola hareket ettiriniz.
- Eşkenar dörtgen elde edebilmek için AB ve BC kenar uzunlukları eşit oluncaya kadar A köşesini sağa ve sola hareket ettiriniz.
- Dikdörtgen elde edebilmek için köşelerde oluşan açılarının ölçüleri 90° oluncaya kadar C köşesini hareket ettiriniz.
- Kare elde edebilmek için AB ve BC kenar uzunlukları eşit oluncaya kadar C köşesini hareket ettiriniz.



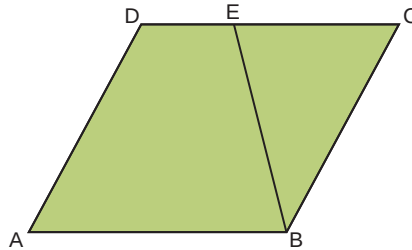
Tablo 1

	İfadeler				
	İç açı ölçüleri toplamı 360° dir.	Dış açı ölçüleri toplamı 360° dir.	Tüm iç açılarının ölçüleri eşittir.	Karşılıklı iç açılarının ölçüleri eşittir.	Komşu iç açıları bütünlerdir.
Dörtgen	✓				
Yamuk	✓				
İkizkenar yamuk	✓				
Dik yamuk	✓				
Paralelkenar	✓				
Eşkenar dörtgen	✓				
Dikdörtgen	✓				
Kare	✓				

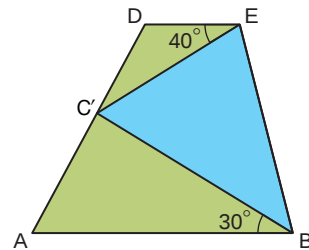
- Tablodan elde ettiğiniz sonuçlardan yararlanarak dörtgenlerin açı özelliklerine ilişkin örüntüleri genelleştir. Bu süreçte sınıf arkadaşlarınızın görüşlerini dinleyerek onların yapacağı genellemeler hakkındaki fikirlerinizi paylaşınız.
- Yaptığınız varsayımlarla genellemelerinizi karşılaştırarak dörtgenlerin açı özelliklerine ilişkin önermelerinizi yazınız.
- Dörtgenlerin açı özelliklerine ilişkin sunduğunuz önermeleri yeni durumlara uyarlayarak değerlendirmek için aşağıdaki soruyu cevaplayınız.

Şekil 1'deki ön yüzü yeşil, arka yüzü mavi renkli ABCD paralelkenar biçimindeki karton [BE] boyunca katlandığında C noktası Şekil 2'deki gibi [AD] üzerindeki C' noktası ile çakışmaktadır.

$m(\widehat{DEC'}) = 40^\circ$ ve $m(\widehat{ABC'}) = 30^\circ$ olarak veriliyor.



Şekil 1

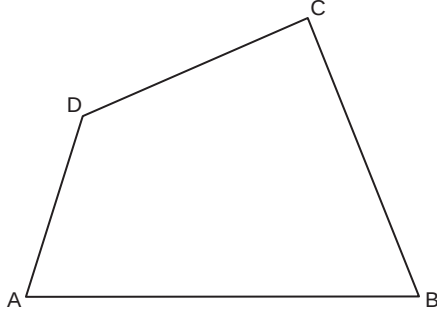


Şekil 2

Buna göre $m(\widehat{ADC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

6. Aşağıda dörtgenlerin açı özellikleriyle ilgili bir önerme verilmiştir.

Önerme: Bir dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.



Verilenler: ABCD dörtgeni,
 $m(\widehat{A})$, $m(\widehat{B})$, $m(\widehat{C})$ ve $m(\widehat{D})$

İspatlanacak ifade:

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 360^\circ \text{ dir.}$$

Önermenin ispat adımlarının yer aldığı Tablo 2'deki boşlukları tabloda verilen örneği ve aşağıdaki sıralı adımları dikkate alarak doldurunuz.

- I. Dörtgeni iki ayrı üçgene ayırmak için AC köşegenini çiziniz.
- II. Oluşturduğunuz iki ayrı üçgendeki her bir iç açının ölçüsünü harflendirerek tablonun 2. adımındaki "ifadeler" kısmına yazınız.
- III. Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından elde edilecek matematiksel ifadeleri tablonun 3. adımındaki "ifadeler" kısmına yazınız.
- IV. Dörtgenin iç açılarının ölçüleri olan $m(\widehat{A})$, $m(\widehat{B})$, $m(\widehat{C})$ ve $m(\widehat{D})$ nün toplamını tablonun 4. adımındaki "ifadeler" kısmına yazınız.

Tablo 2

Adım	İfadeler	Gerekçe
I.	ABC ve ACD üçgenlerini elde etme	ABCD dörtgenini iki ayrı üçgene ayırmak için AC köşegeni çizildi.
II.	$m(\widehat{BAC}) =$ $m(\widehat{DAC}) =$ $m(\widehat{ACB}) =$ $m(\widehat{ABC}) =$ $m(\widehat{ADC}) =$ $m(\widehat{ACD}) =$	ABCD dörtgeninin iç açı ölçüleri ve köşegenin oluşturduğu yeni açı ölçüleri tanımlandı.
III.		Oluşan üçgenlerin iç açı ölçüleri toplandı.
IV.		Tablonun 3. adımında elde edilen eşitlikler toplandı.

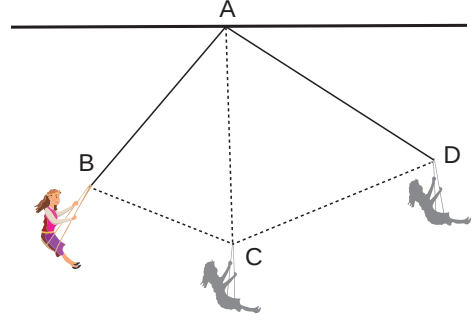
7. Elde ettiğiniz önermelerden birini 6. maddedeki ispat adımlarına benzer bir yöntem izleyerek ispatlayınız. Uyguladığınız ispatı kullanışlılık açısından değerlendiriniz.

8. Elde ettiğiniz çıkarımları matematiksel modele dönüştürerek aşağıdaki gerçek yaşam durumu probleminde uygulayınız.

Elif salıncakta sallanırken annesi fotoğraf makinesinin (Görsel) deklanşör tuşuna peş peşe basıyor. Fotoğraf makinesinde oluşan görüntünün modellenmiş hâli Şekil’de verilmiştir. Elif’in B noktasındaki konumundan D noktasındaki konumuna gelinceye kadar oluşturduğu BAD açısının ölçüsü 100° olarak verilmiştir.



Görsel

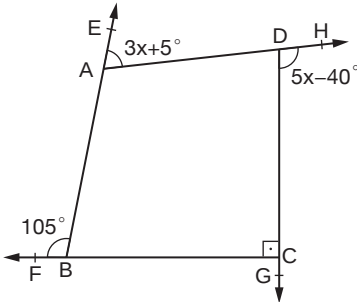


Şekil

Buna göre

- Üçgende açı özellikleri kullanılarak “Üçgende açı özellikleri kullanılarak BCD açı ölçüsünün kaç derece olduğu bulunabilir mi?” sorusu üzerine sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.
- BCD açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu dörtgenin açı özelliklerini kullanarak bulunuz.
- BCD açısının ölçüsü bulunurken dörtgende açı özelliklerinin kullanılmasının sorunun çözümüne ne gibi kolaylıklar sağlayacağını değerlendiriniz.

2. Örnek



Yandaki ABCD dörtgeninde $A \in [BE, B \in [CF, C \in [DG, D \in [AH, m(\widehat{EAH}) = 3x + 5^\circ, m(\widehat{HDG}) = 5x - 40^\circ, m(\widehat{FCG}) = 90^\circ$ ve $m(\widehat{EBF}) = 105^\circ$ olarak veriliyor.

Buna göre $m(\widehat{ADG})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

Çözüm

$$m(\widehat{EAH}) + m(\widehat{HDG}) + m(\widehat{FCG}) + m(\widehat{EBF}) = 360^\circ \text{ (dış açılarının ölçülerinin toplamı)}$$

$$3x + 5^\circ + 5x - 40^\circ + 90^\circ + 105^\circ = 360^\circ$$

$$8x + 160^\circ = 360^\circ$$

$$8x = 200^\circ$$

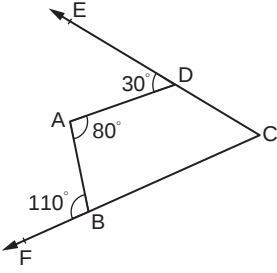
$$x = 25^\circ \text{ dir. Buradan } m(\widehat{HDC}) = 85^\circ \text{ olur.}$$

$$m(\widehat{ADG}) + m(\widehat{HDG}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{ADG}) + 85^\circ = 180^\circ$$

$$m(\widehat{ADG}) = 95^\circ \text{ olarak bulunur.}$$

Sıra Sizde 2



Yandaki şekilde ABCD dörtgen; E, D, C ve F, B, C noktaları doğrusaldır. $m(\widehat{ADE}) = 30^\circ$, $m(\widehat{DAB}) = 80^\circ$ ve $m(\widehat{ABF}) = 110^\circ$ olarak veriliyor.

Buna göre $m(\widehat{FCE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

3. Uygulama

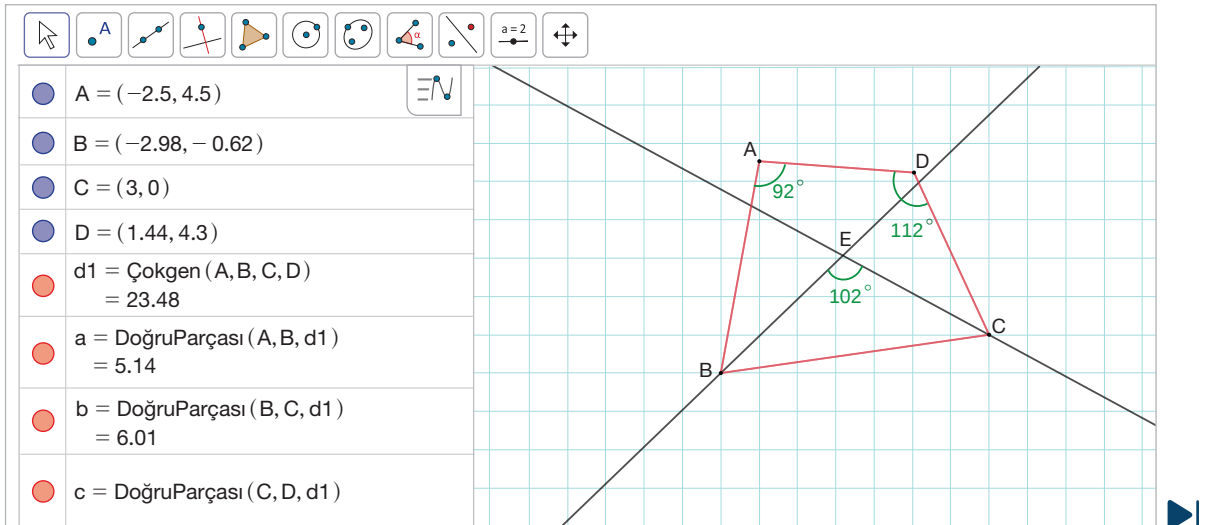


Dörtgenlerde Açortay Yardımıyla Elde Edilen Açı Özellikleri-1

Matematik yazılımından yararlanarak aşağıdaki adımları sırasıyla uygulayınız ve verilen soruları cevaplayınız.

- 1. adım: Araçlar** bölümünden **Çokgen** aracını seçerek dışbükey dörtgen olacak şekilde bir ABCD dörtgeni oluşturunuz.
- 2. adım: Araçlar** bölümünden **Açıortay** aracını seçerek ABC ve BCD açlarına ait açıortayları elde ediniz.
- 3. adım: Nokta** bölümünden **Kesiştir** aracını seçerek ABC ve BCD açlarına ait açıortayları E noktasında kesiştiriniz.
- 4. adım: Ölçüm** bölümünden **Açı** aracını seçerek BAD, ADC ve BEC açılarının ölçülerini elde ediniz.
- 5. adım:** ABCD dörtgeninin köşe konumlarını hareket ettirip BAD, ADC ve BEC açıları arasındaki ilişkiyi gözlemleyiniz ve oluşabilecek açı ölçüleri ile uygulamanın 2. maddesinde verilen Tablo 1'deki ilgili boşlukları doldurunuz.

Bu adımlar uygulandığında matematik yazılımında oluşacak ABCD dörtgeninin benzer bir örneğinin görüntüsü aşağıda verilmiştir.





1. ABCD dörtgeninde BAD, ADC ve BEC açıları arasındaki ilişkiye dair varsayımlarınızı yazınız.
2. Elde ettiğiniz varsayımlardan genellemelere ulaşmak için matematik yazılımındaki 5. adımdan yararlanarak aşağıdaki tabloyu örnekteki gibi doldurunuz.

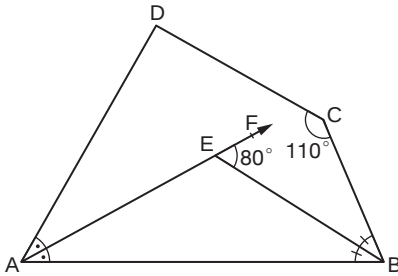
Tablo 1

$m(\widehat{BAD})$	$m(\widehat{ADC})$	$m(\widehat{BEC})$
92°	112°	102°

3. Tablodan elde ettiğiniz sonuçlardan yararlanarak ABCD dörtgeninde BAD, ADC ve BEC açıları arasındaki ilişkiye dair örüntüleri genelleyiniz. Bu süreçte arkadaşlarınızın görüşlerini dinleyiniz, onların yapacağı genellemeler hakkındaki fikirlerinizi arkadaşlarınızla paylaşınız.

4. Yaptığınız varsayımlarla genellemelerinizi karşılaştırarak oluşabilecek herhangi bir ABCD dörtgeni için BAD, ADC ve BEC açlarına ilişkin önermelerinizi yazınız.

5. Dörtgenlerde açkırtay yardımıyla elde edilen açı özelliklerine ilişkin yazdığınız önermeleri yeni durumlara uyarlayarak değerlendirmek için aşağıdaki soruyu cevaplayınız.



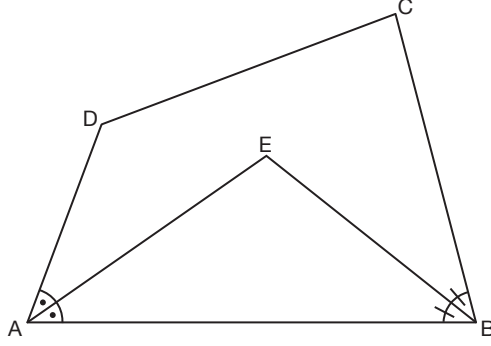
Yandaki ABCD dörtgeninde A, E ve F noktaları doğrusaldır. [AF ve [BE] iç açıktay, $m(\widehat{BCD}) = 110^\circ$ ve $m(\widehat{BEF}) = 80^\circ$ olarak veriliyor.

Buna göre $m(\widehat{ADC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.



6. Aşağıda dörtgenlerin açı özellikleriyle ilgili bir önerme verilmiştir.

Önerme: Bir dörtgende komşu iki iç açının açılırtaylarının kesişimi ile oluşan açının ölçüsü diğer iki iç açının ölçüleri toplamının yarısına eşittir.



Verilenler: ABCD dörtgeni, [AE] ve [BE] sırasıyla DAB ve ABC iç açılarının açılırtayları,

$m(\widehat{C})$ ve $m(\widehat{D})$

İspatlanacak ifade:

$$m(\widehat{AEB}) = \frac{m(\widehat{C}) + m(\widehat{D})}{2} \text{ dir.}$$

Önermenin ispat adımlarının yer aldığı Tablo2 deki boşlukları tabloda verilen örneği ve aşağıdaki sıralı adımları dikkate alarak doldurunuz.

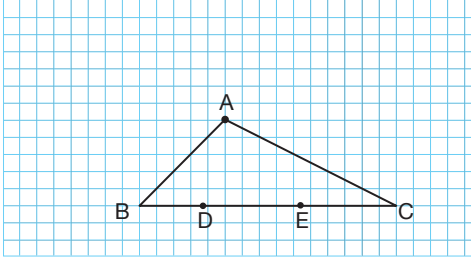
- I. ABE üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamını yazınız.
- II. ABCD dörtgeninin iç açılarının ölçüleri toplamını yazınız.
- III. 2. adımda elde edilen eşitlikteki her terimi 2'ye bölünüz.
- IV. 1 ve 3. adımlardan elde edilen eşitlikleri taraf tarafa çıkarınız.
- V. AEB açısının ölçüsünü bulunuz.

Tablo 2

Adım	İfadeler	Gerekçe
I.	$m(\widehat{E}) + \frac{m(\widehat{A})}{2} + \frac{m(\widehat{B})}{2} = 180^\circ$	ABE üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı yazıldı.
II.		ABCD dörtgeninin iç açılarının ölçülerinin toplamı yazıldı.
III.		Tabloda 2. adımda elde edilen eşitliğin her iki tarafı 2'ye bölündü.
IV.		Tablonun 1 ve 3. adımlarındaki eşitlikler taraf tarafa çıkarıldı.
V.		Tablonun 4. adımından elde edilen eşitlikten AEB açısının ölçüsü bulundu.

7. Elde ettiğiniz önermelerden birini 6. maddedeki ispat adımlarına benzer bir yöntem izleyerek ispatlayınız. Uyguladığınız ispatı kullanışlılık açısından değerlendiriniz.

8. Elde ettiğiniz çıkarımları matematiksel modele dönüştürerek aşağıdaki gerçek yaşam durumu probleminde uygulayınız.



Yandaki şekilde birim kareli kâğıt üzerine çizilmiş ABC üçgeni ve $[BC]$ üzerinde işaretli D ve E noktaları veriliyor. Gökçe, kâğıdı $[AB]$ boyunca katlayarak $[BC]$ üzerindeki E noktasının kâğıtta karşılık geldiği noktayı K olarak işaretliyor ve kâğıdı eski konumuna açarak düz hâle getiriyor. Daha sonra kâğıdı $[AC]$ boyunca katlayarak $[BC]$ kenarı üzerindeki D noktasının kâğıtta karşılık geldiği

noktayı M olarak işaretliyor ve kâğıdı tekrar açarak düz hâle getiriyor. Gökçe B, K, M ve C noktalarını birleştirerek bir dörtgen elde ediyor.

$m(\widehat{BKM}) = 80^\circ$ ve $m(\widehat{KMC}) = 110^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{BAC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

4. Uygulama

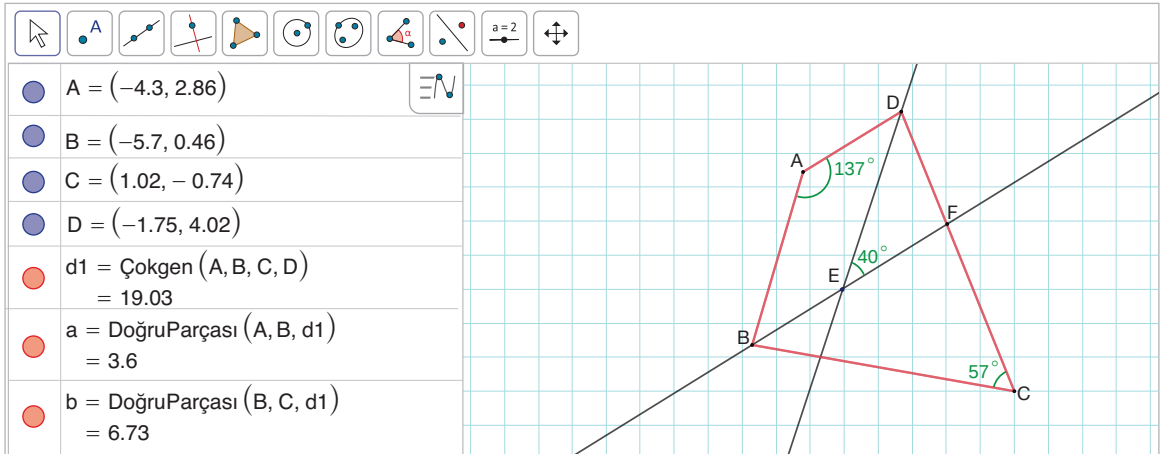


Dörtgenlerde Açıortay Yardımıyla Elde Edilen Açı Özellikleri-2

Matematik yazılımından yararlanarak aşağıdaki adımları sırasıyla uygulayınız ve verilen soruları cevaplayınız.

- 1. adım: Araçlar** bölümünden **Çokgen** aracını seçerek dışbükey dörtgen olacak şekilde bir ABCD dörtgeni oluşturunuz.
- 2. adım: Araçlar** bölümünden **Açıortay** aracını seçerek ABC ve CDA açılarına ait açıortayları elde ediniz.
- 3. adım: Nokta** bölümünden **Kesiştir** aracını seçerek ABC ve CDA açılarına ait açıortayları E noktasında, ABC açısına ait açıortay ile $[CD]$ nı F noktasında kesiştiriniz.
- 4. adım: Ölçüm** bölümünden **Açı** aracını seçerek BAD, BCD ve DEF açılarının ölçülerini elde ediniz.
- 5. adım:** ABCD dörtgeninin köşe konumları hareket ettirip, BAD, BCD ve DEF açıları arasındaki ilişkiyi gözlemleyiniz ve oluşabilecek açı ölçüleri ile uygulamanın 2. maddesinde verilen Tablo 1'deki ilgili boşlukları doldurunuz.

Bu adımlar uygulandığında matematik yazılımında oluşacak ABCD dörtgeninin benzer bir örneğinin görüntüsü aşağıda verilmiştir.

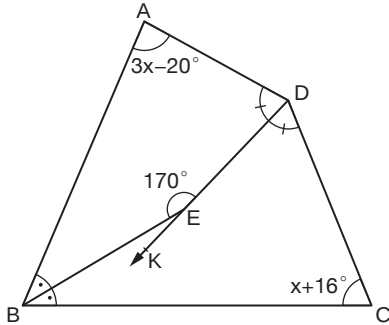


1. ABCD dörtgeninin BAD, BCD ve DEF açıları arasındaki ilişkiye dair varsayımlarınızı yazınız.
2. Elde ettiğiniz varsayımlardan genellemeler oluşturmak için matematik yazılımındaki 5. adımdan yararlanarak aşağıdaki tabloyu örnekteki gibi doldurunuz.

Tablo 1

$m(\widehat{BAD})$	$m(\widehat{BCD})$	$m(\widehat{DEF})$
137°	57°	40°

3. Tablodan elde ettiğiniz sonuçlardan yararlanarak ABCD dörtgeninde BAD, BCD ve DEF açıları arasındaki ilişkiye dair örüntüleri genelleştiriniz. Bu süreçte sınıf arkadaşlarınızın görüşlerini dinleyerek onların yapacağı genellemeler hakkındaki fikirlerinizi paylaşınız.
4. Yaptığınız varsayımlarla genellemelerinizi karşılaştırarak oluşabilecek herhangi bir ABCD dörtgeni için BAD, BCD ve DEF açlarına ilişkin önermelerinizi yazınız.
5. Dörtgenlerde açkırtay yardımıyla elde edilen açı özelliklerine ilişkin yazdığınız önermeleri yeni durumlara uyarlayarak değerlendirmek için aşağıdaki soruyu cevaplayınız.



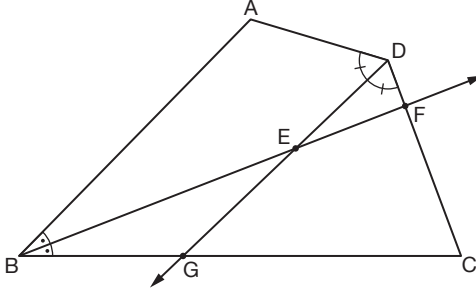
Yandaki şekilde ABCD bir dörtgen; D, E, K noktaları doğrusal, $[DK]$ ve $[BE]$ sırasıyla ADC ve ABC iç açılarınin açıkırtayı, $[DK] \cap [BE] = \{E\}$, $m(\widehat{BCD}) = x + 16^\circ$, $m(\widehat{BAD}) = 3x - 20^\circ$ ve $m(\widehat{BED}) = 170^\circ$ olarak veriliyor.

Buna göre x in alabileceği tam sayı değerleri toplamını bulunuz.



6. Aşağıda dörtgenlerin açı özellikleriyle ilgili bir önerme verilmiştir.

Önerme: Bir dörtgende karşı iki iç açının açılırtaylarının oluşturduğu dar açının ölçüsü diğer iki iç açının ölçüleri farkının mutlak değerinin yarısına eşittir.



Verilenler: ABCD dörtgeni, $m(\widehat{A})$ ve $m(\widehat{C})$,

[BF ve [DG iç açılırtaylar

İspatlanacak ifade:

$$m(\widehat{BEG}) = \frac{|m(\widehat{A}) - m(\widehat{C})|}{2}$$

Önermenin ispat adımlarının yer aldığı Tablo 2'deki boşlukları aşağıdaki sıralı adımları dikkate alarak verilen örnekteki gibi doldurunuz.

- I. BEG üçgeninde iki iç açının ölçüleri toplamının kendilerine komşu olmayan bir dış açının ölçüsüne eşitliğinden yararlanarak $m(\widehat{DGC})$ nı yazınız.
- II. DGC üçgeninin iç açıları ölçüleri toplamını yazınız.
- III. 1. adımda elde edilen eşitliği 2. adımda yerine yazınız.
- IV. ABCD dörtgeninin iç açıları ölçüleri toplamını yazınız daha sonra her terimi 2'ye bölünüz.
- V. 3 ve 4. adımdan elde ettiğiniz eşitlikleri birbirine eşitleyerek $m(\widehat{BEG})$ nı yazınız.

Tablo 2

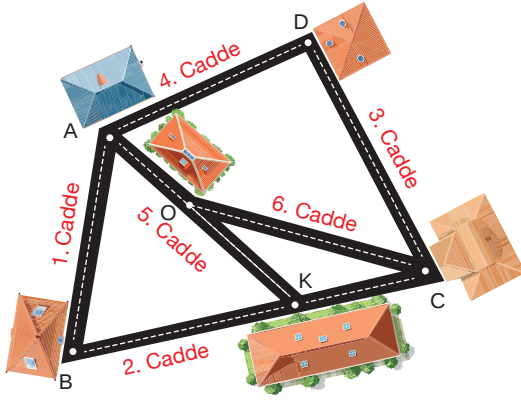
İşlem sırası	İfadeler	Gerekçe
I.	$m(\widehat{BEG}) + \frac{m(\widehat{B})}{2} = m(\widehat{DGC})$	İki iç açının ölçüleri toplamının, kendilerine komşu olmayan bir dış açının ölçüsüne eşit olması kuralı kullanıldı.
II.		DGC üçgeninin iç açılarının ölçülerinin toplamı yazıldı.
III.		Tablonun 1. adımında elde edilen DGC açısının ölçüsü, tablonun 2. adımında yerine yazıldı.
IV.		ABCD dörtgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı yazılarak her bir terim 2'ye bölündü.
V.		Tablonun 3 ve 4. adımlarından elde edilen eşitlikler birbirine eşitlenerek BEG açısının ölçüsü yazıldı.

7. Elde ettiğiniz önermelerden birini 6. maddedeki ispat adımlarına benzer bir yöntem izleyerek ispatlayınız. Uyguladığınız ispatı kullanışlılık açısından değerlendiriniz.





8. Elde ettiğiniz çıkarımları matematiksel modele dönüştürerek aşağıdaki gerçek yaşam durumu probleminde uygulayınız.



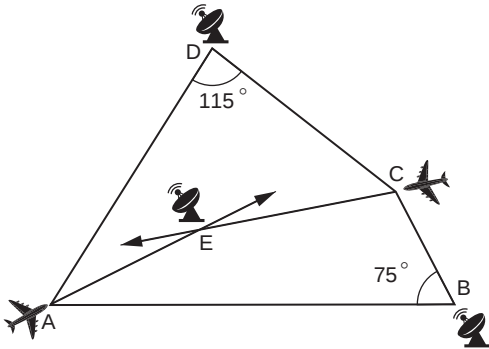
Yandaki görselde Ayşe, Berke, Can ve Dilara'nın evleri, gittikleri okul ve kütüphane ile bunlar arasındaki caddeler gösterilmiştir. Binaların bulunduğu noktalar sırasıyla A, B, C, D, O ve K harfleriyle belirtilmiştir. ABCD dörtgeninde 5. Cadde A açısının, 6. Cadde ise C açısının iç açıortayıdır. $m(\widehat{ABC}) = 70^\circ$, $m(\widehat{ADC}) = 110^\circ$ A ve C noktalarında oluşan açılarının iç açıortaylarının kesim noktası O noktası olarak veriliyor.

Buna göre

- Dörtgenin açı özellikleri kullanılarak COK açısının ölçüsünün bulunup bulunamayacağını sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.
- COK açısının ölçüsünü 6. maddede verilen önerme yardımıyla bulunuz.
- COK açısının ölçüsü bulunurken 6. maddede verilen önermenin kullanılmasının ne gibi kolaylıklar sağladığını değerlendiriniz.

3. Örnek

Primary Surveillance Radar (Primeriyi Sörveyılns Radar) Birincil Gözetleme Radarı, hava araçlarında herhangi bir ilave donanım gerektirmeyen, hareketli tüm hedefleri tespit eden bir sistemdir.



Sistem, radardan iletilen elektromanyetik dalganın bir hedeften yansırarak radara geri gelmesi prensibine dayanır.

A ve C konumlarında bulunan uçakların B, E ve D konumlarındaki radarlara göre oluşturduğu görüntünün iki boyutlu olarak modellenmiş hâli yanda verilmiştir. A ve C konumlarında bulunan uçakların E noktasındaki radara göre oluşturdukları doğrusal yollar, uçakların bulundukları köşeleri oluşturan komşu kenarlara eşit uzaklıktadır.

$m(\widehat{B}) = 75^\circ$ ve $m(\widehat{D}) = 115^\circ$ olduğuna göre uçakların rotalarının kesiştiği E noktasındaki dar açının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.



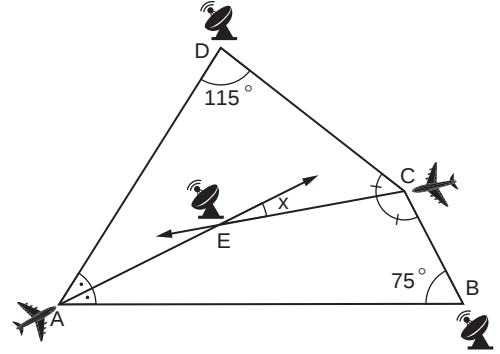


Çözüm

Uçaklar, bulundukları köşeyi oluşturan komşu kenarlara eşit uzaklıkta ilerlediklerinde, o köşenin açıortayı üzerinde hareket etmiş olacaklardır.

E noktasındaki dar açının ölçüsü x olmak üzere

$$x = \frac{|115^\circ - 75^\circ|}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ \text{ olarak bulunur.}$$



Sıra Sizde 3

ABCD dörtgeni şeklindeki bir parkın A ve B köşelerine birer dron yerleştirilmiştir. Dronlar bulundukları köşelerin iç açıortayı doğrultusunda uçabilmektedir. Dronların uçuş doğrultuları arasındaki açının ölçüsünün 105° olduğu bilinmektedir.

Buna göre C ve D köşelerinin iç açı ölçüleri toplamının kaç derece olduğunu bulunuz.

Ek soruların yer aldığı 1. Değerlendirme Soruları'na yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.
(İçerik: Dörtgende açı)



5. Uygulama



Dörtgenlerin Kenar Uzunlukları Arasındaki İlişkiyi Bulma

Aşağıda istenenleri gerçekleştirerek soruları yanıtlayınız.

1. Dörtgen, yamuk, ikizkenar yamuk, dik yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve karenin kenarları arasındaki eşlik, paralellik ve diklik özelliklerine ilişkin varsayımlarınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.
2. Elde ettiğiniz varsayımlardan genellemeler oluşturmak için aşağıda verilen matematik yazılımı ile ilgili adımları uygulayınız.
 1. adım: **Araçlar** bölümünden **Doğru** aracını seçiniz. Ekranda yatay olacak şekilde herhangi iki nokta seçerek A ve B noktalarını belirleyiniz.





2. adım: Araçlar bölümünde **Paralel Doğru** aracını seçiniz. AB doğrusunu seçerek bu doğruya paralel başka bir doğru oluşturunuz. Bunu yaptığınızda AB doğrusuna paralel olan doğru üzerinde bir C noktası oluşacaktır.

3. adım: Nokta aracını seçerek C noktasının olduğu doğru üzerinde ve C noktasının solunda kalacak şekilde herhangi bir D noktası belirleyiniz.

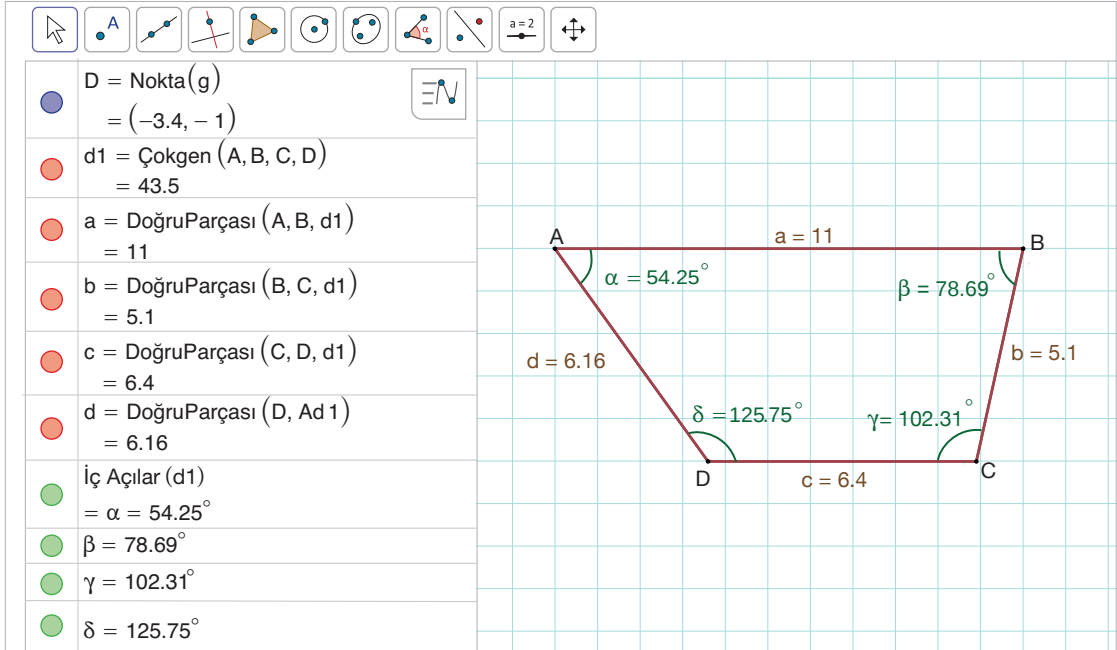
4. adım: Çokgen aracını seçerek sırasıyla A, B, C, D noktalarını ve yeniden A noktasını işaretleyiniz.

5. adım: Nesneyi Göster/Gizle aracını seçerek çokgen dışındaki doğruları seçiniz.

6. adım: Araçlar bölümünden **Açı** aracını seçerek dörtgen içindeki bölgeyi işaretleyiniz.

7. adım: Uzaklık veya **Uzunluk** aracını seçerek tüm kenarları işaretleyiniz.

Bu adımlar uygulandığında matematik yazılımında oluşacak ABCD dörtgeninin benzer bir örneğinin görüntüsü aşağıda verilmiştir.



8. adım: Taşı aracını seçiniz, aşağıdaki maddelerde verilen yönergeleri sırasıyla uygulayarak elde ettiğiniz özel dörtgenler ile ilgili bilgileri Tablo 1’de ilgili alanlara örnekteki gibi yazınız.

- İkizkenar yamuk elde edebilmek için AD ve BC kenar uzunlukları eşit oluncaya kadar C ve D köşelerini hareket ettiriniz.
- Dik yamuk elde edebilmek için D köşesindeki açının ölçüsü 90° oluncaya kadar D köşesini hareket ettiriniz.
- Paralelkenar elde edebilmek için A ile C ve B ile D açı ölçüleri eşit oluncaya kadar D noktasını sağa ve sola hareket ettiriniz.
- Eşkenar dörtgen elde edebilmek için AB ve BC kenar uzunlukları eşit oluncaya kadar A köşesini sağa ve sola hareket ettiriniz.
- Dikdörtgen elde edebilmek için köşelerde oluşan açı ölçüleri 90° oluncaya kadar C köşesini hareket ettiriniz.





- e) Kare elde edebilmek için AB ve BC kenar uzunlukları eşit oluncaya kadar C köşesini hareket ettiriniz.

Tablo 1

	İfadeler			
	Bütün kenar uzunlukları eşittir.	Karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.	Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.	Kenarları dik kesişir.
Dörtgen				
Yamuk				
İkizkenar yamuk				
Dik yamuk				
Paralelkenar				
Eşkenar dörtgen	✓			
Dikdörtgen				
Kare	✓			

3. Tablodan elde ettiğiniz sonuçlardan yararlanarak dörtgenlerin kenar özelliklerine ilişkin örüntüleri genelleyiniz. Bu süreçte sınıf arkadaşlarınızın görüşlerini dinleyerek onların yapacağı genellemeler hakkındaki fikirlerinizi paylaşınız.

4. Yaptığınız varsayımlarla genellemelerinizi karşılaştırarak dörtgenlerin kenar özelliklerine ilişkin önermelerinizi aşağıdaki boşluğa yazınız.

5. Dörtgenlerin kenar özelliklerine ilişkin yazdığınız önermeleri yeni durumlara uyarlayarak değerlendirmek için aşağıdaki bilgileri kullanarak verilen soruyu cevaplayınız.

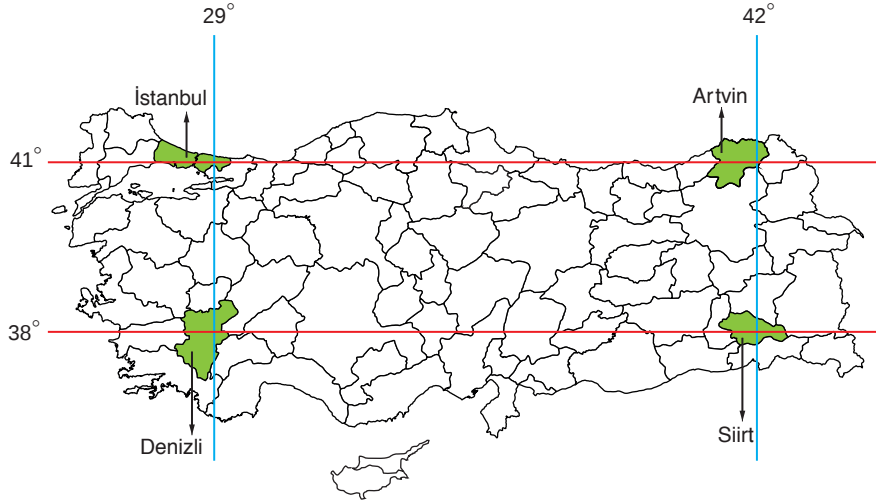
Bekir Öğretmen, coğrafya dersinde paralel ve meridyenlerle ilgili olarak öğrencilere şu bilgileri vermiştir:

- Paralel ve meridyenler Dünya üzerinden geçtiği varsayılan (sanal) çizgilerdir.
- Paraleller enlemesine (doğu-batı yönünde) çizgilerdir ve ardışık paraleller arası uzaklık her yerde yaklaşık olarak 111 km'dir.
- Meridyenler boylamasına (kuzey-güney yönünde) çizgilerdir ve ardışık meridyenler arası uzaklık ekvator üzerinde yaklaşık 111 km'dir. Ancak Türkiye üzerinden geçen meridyenler arası uzaklık yaklaşık 85 km kabul edilir.





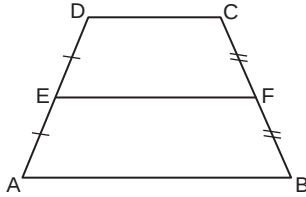
Aşağıdaki haritada İstanbul, Denizli, Artvin ve Siirt şehir merkezlerinden geçen paralel ve meridyen değerleri verilmiştir.



Bekir Öğretmen'in verdiği bilgiler ile haritadaki şehirlerin paralel ve meridyen değerlerini kullanarak oluşturulacak dörtgenin çevre uzunluğunun yaklaşık kaç km olduğunu bulunuz.

6. Aşağıda dörtgenlerin kenar özellikleri ile ilgili bir önerme verilmiştir.

Önerme: Yamuğun yan kenarlarının orta noktalarını birleştiren doğru parçasının uzunluğu alt ve üst taban uzunlukları toplamının yarısına eşittir.



Verilenler: ABCD yamuğunda $[AB] \parallel [EF] \parallel [DC]$; E ve F noktaları sırasıyla AD ve BC kenarlarının orta noktalarıdır.

İspatlanacak ifade:

$$|EF| = \frac{|AB| + |DC|}{2} \text{ dir.}$$

Önermenin aşağıda verilen ispat adımlarındaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

- I. AC köşegenini çizin.
- II. $[AC] \cap [EF] = \{T\}$ olarak belirleyiniz.
- III. ACD üçgeninde benzerlikten $|ET| = \frac{\dots\dots}{2}$





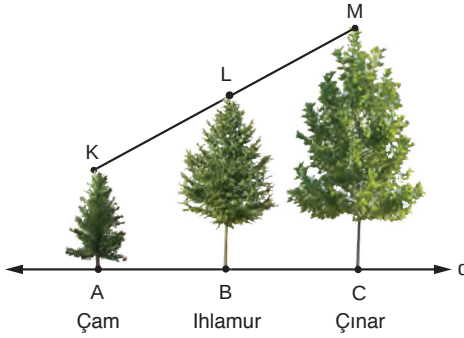
IV. ACB üçgeninde benzerlikten $|TF| = \frac{.....}{2}$

V. $|EF| = |....| + |....|$ olduğundan $|EF| = \frac{|AB| + |DC|}{2}$ elde edilir.

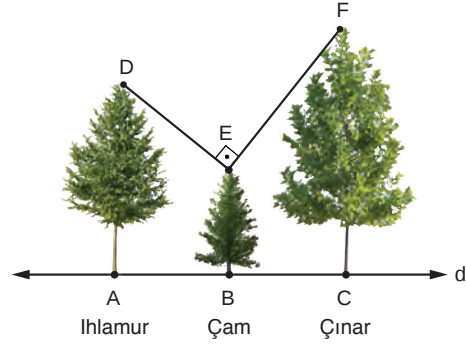
7. Elde ettiğiniz önermelerden birini 6. maddedeki ispat adımlarına benzer bir yöntem izleyerek ispatlayınız. Uyguladığınız ispatı kullanışlılık açısından değerlendiriniz.

8. Elde ettiğiniz çıkarımları matematiksel modele dönüştürerek aşağıdaki gerçek yaşam durumu probleminde uygulayınız.

“Yeşil Vatan” için yanan ormanların yeniden oluşturulması amacıyla T.C. Orman Genel Müdürlüğü “Ormanlar sadece ağaç değil; hayattır.” sloganıyla boyları sırasıyla 120 cm, 140 cm ve 160 cm olan çam, ıhlamur ve çınar ağaçlarını Şekil 1’deki sıralamayla dikmeyi planlamaktadır. K, L ve M noktaları doğrusaldır, $[AK] \parallel [BL] \parallel [CM]$, $[AK] \perp d$ olarak veriliyor.



Şekil 1



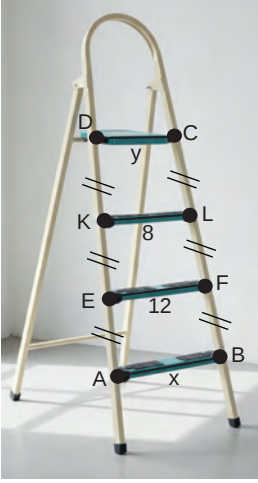
Şekil 2

Dikilen noktalar sabit kalmak üzere üç ağaç Şekil 2’deki gibi dikildiğinde $m(\widehat{DEF}) = 90^\circ$ olmaktadır. Şekil 1 ve Şekil 2’de sırasıyla K, L, M ve D, E, F noktaları ağaçların uç noktalarıdır.

Buna göre $|AC|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.



4. Örnek



Şekilde düz bir zeminde verilen katlanabilir merdivende $[AB] \parallel [DC]$, $|AE| = |EK| = |KD| = |BF| = |FL| = |LC|$, $|AB| = x$ cm, $|DC| = y$ cm, $|KL| = 8$ cm ve $|EF| = 12$ cm olarak veriliyor.

Buna göre $x + y$ işleminin kaç cm olduğunu bulunuz.

Çözüm

Merdivenin basamaklarının yer aldığı bölüm, ABCD yamuğu şeklinde modellenmiştir.

$[EC] \cap [KL] = \{T\}$ olacak şekilde $[EC]$ çizildiğinde EKT ve EDC üçgenlerinde Açı-Açı benzerliğinden $|KT| = \frac{y}{2}$, CEF ve CTL üçgenlerinde Açı-Açı benzerliğinden $|TL| = \frac{12}{2} = 6$ cm olur.

Buradan $|KL| = 8 = \frac{y}{2} + 6$

$\frac{y}{2} = 2 \Rightarrow y = 4$ cm olarak bulunur.

$[AC] \cap [EF] = \{M\}$ olacak şekilde $[AC]$ çizilirse

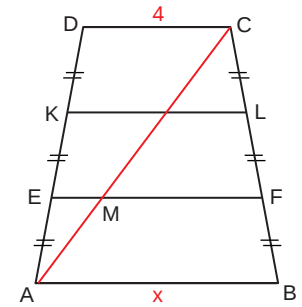
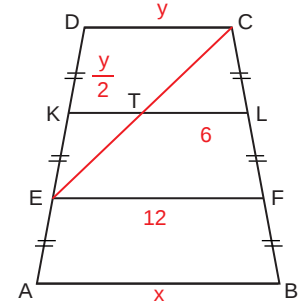
AEM ve ADC üçgenlerinde Açı-Açı benzerliğinden $\frac{|EM|}{|DC|} = \frac{|AE|}{|AD|}$

$\frac{|EM|}{4} = \frac{1}{3} \Rightarrow |EM| = \frac{4}{3}$ cm olur.

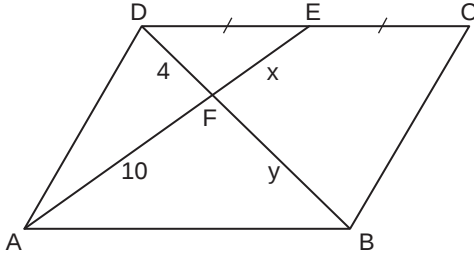
$|EF| = |EM| + |MF| \Rightarrow 12 = \frac{4}{3} + |MF| \Rightarrow |MF| = 12 - \frac{4}{3} \Rightarrow |MF| = \frac{32}{3}$ cm olur.

CMF ve CAB üçgenlerinde Açı-Açı benzerliğinden $\frac{|MF|}{|AB|} = \frac{|CF|}{|CB|} \Rightarrow \frac{\frac{32}{3}}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2x = 32 \Rightarrow x = 16$ olur.

Buradan $16 + 4 = 20$ cm olarak bulunur.



Sıra Sizde 4



Yandaki ABCD paralelkenarında D, E, C noktaları doğrusal, $[AE] \cap [BD] = \{F\}$, $|DE| = |EC|$, $|AF| = 10$ cm, $|DF| = 4$ cm, $|EF| = x$ cm ve $|BF| = y$ cm olarak veriliyor.

Buna göre $x + y$ işleminin sonucunun kaç cm olduğunu bulunuz.

6. Uygulama



Dörtgenlerin Köşegenleri Arasındaki İlişkiyi Bulma

Aşağıda istenenleri gerçekleştirerek soruları yanıtlayınız.

1. Dörtgen, yamuk, ikizkenar yamuk, dik yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve karenin köşegen uzunluklarının eşit olması, köşegenlerinin dik kesişmeleri, birbirlerini ortalamaları, oranlı bölünüp bölünemedikleri ve iç açıortay olup olmadıklarına ilişkin varsayımlarınızı yazınız.
2. Elde ettiğiniz varsayımlardan genellemeler oluşturmak için aşağıda verilen matematik yazılımı ile ilgili adımları uygulayınız.
 1. adım: **Araçlar** bölümünden **Doğru** aracını seçiniz. Ekranda yatay olacak şekilde soldan sağa doğru sırasıyla A ve B noktalarını belirleyiniz.
 2. adım: **Araçlar** bölümünden **Paralel Doğru** aracını seçiniz. AB doğrusunu seçerek bu doğruya paralel başka bir doğru oluşturunuz. Bunu yaptığınızda AB doğrusuna paralel olan doğru üzerinde bir C noktası oluşacaktır.
 3. adım: **Nokta** aracını seçerek C noktasının bulunduğu doğru üzerinde, C noktasının solunda kalacak şekilde herhangi bir D noktası belirleyiniz.
 4. adım: **Çokgen** aracını seçerek sırasıyla A, B, C, D noktalarını ve yeniden A noktasını işaretleyiniz.
 5. adım: **Nesneyi Göster/Gizle** aracını seçerek çokgen dışındaki doğruları seçiniz.



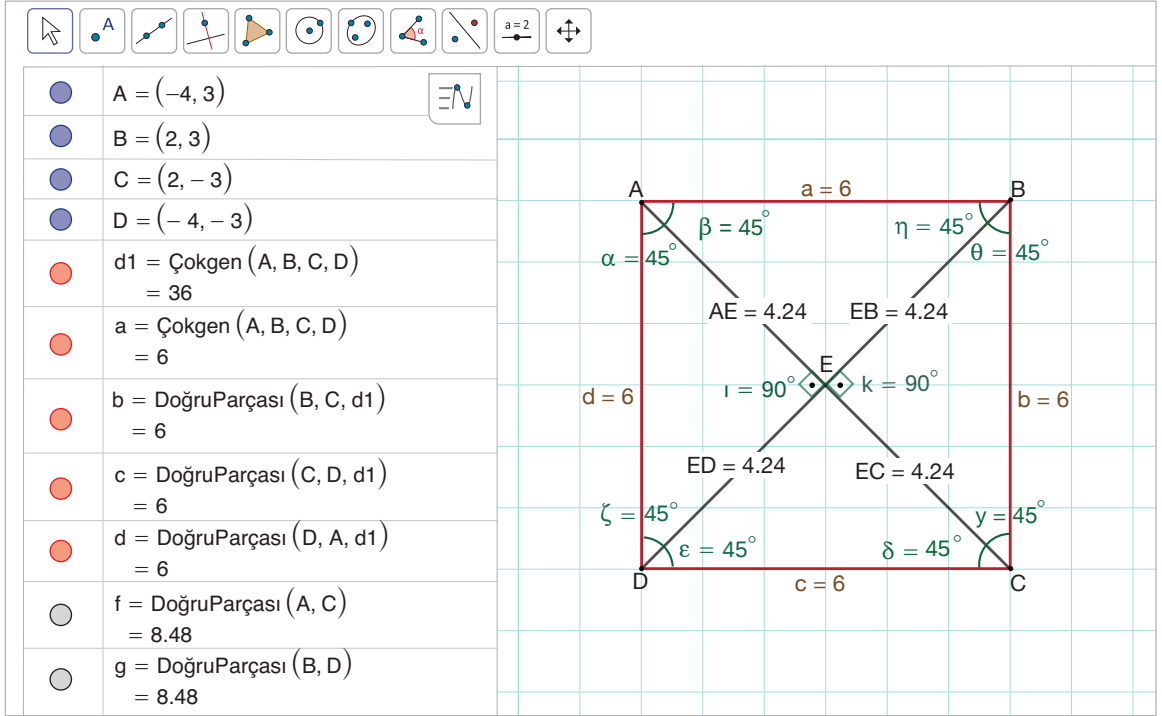
6. adım: Araçlar bölümünden **Doğru Parçası** aracını seçerek A ile C ve B ile D noktalarını birleştiriniz.

7. adım: Araçlar bölümünden **Kesiştir** aracını seçerek AC ve BD doğru parçalarını işaretleyiniz. Böylece E noktası oluşacaktır.

8. adım: Uzaklık veya Uzunluk aracını seçerek sırasıyla A ile E, E ile C, B ile E, E ile D, A ile B, B ile C, C ile D, D ile A noktalarını seçiniz. Böylece AE, EC, BE, ED, AB, BC, CD ve DA doğru parçalarının uzunlukları bulunmuş olacaktır.

9. adım: Araçlar bölümünden **Açı** aracını seçerek sırasıyla D, A ve E noktalarını seçiniz. Böylece ekranda DAE açısının ölçüsü yazılmış olacaktır. Benzer şekilde EAB, ABE, EBC, BCE, ECD, CDE, EDA, AED, AEB, BEC ve CED açılarının ölçülerini de bulunuz.

Bu adımları uyguladığınızda matematik yazılımında oluşacak ABCD dörtgeninin benzer bir örneğinin görüntüsü aşağıda verilmiştir.



10. adım: Taşı aracını seçiniz, aşağıdaki maddelerde verilen yönergeleri sırasıyla uygulayarak elde ettiğiniz özel dörtgenler ile ilgili bilgileri Tablo 1’de ilgili alanlara örnekteki gibi yazınız.

- İkizkenar yamuk elde edebilmek için AD ve BC kenar uzunlukları eşit oluncaya kadar C ve D köşelerini hareket ettiriniz.
- Dik yamuk elde edebilmek için D köşesindeki açının ölçüsü 90° oluncaya kadar D köşesini hareket ettiriniz.
- Paralelkenar elde edebilmek için A ile C ve B ile D açı ölçüleri eşit oluncaya kadar D noktasını sağa ve sola hareket ettiriniz.
- Eşkenar dörtgen elde edebilmek için AB ve BC kenar uzunlukları eşit oluncaya kadar A köşesini sağa ve sola hareket ettiriniz.
- Dikdörtgen elde edebilmek için köşelerde oluşan açı ölçüleri 90° oluncaya kadar C köşesini hareket ettiriniz.



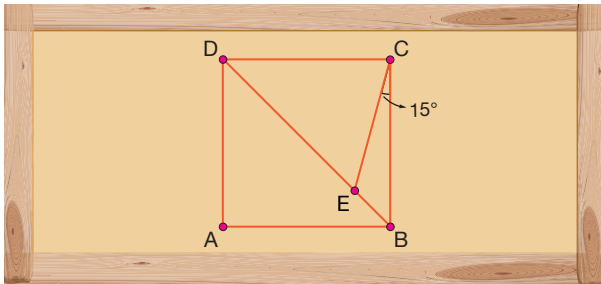
- e) Kare elde edebilmek için AB ve BC kenar uzunlukları eşit oluncaya kadar C köşesini hareket ettiriniz.

Tablo 1

	İfadeler				
	Köşegen uzunlukları eşittir.	Köşegenler birbirini oranlı olarak böler.	Köşegenler birbirini ortalar.	Köşegenler dik kesişir.	Köşegenler iç açıortaydır.
Dörtgen					
Yamuk		✓			
İkizkenar yamuk		✓			
Dik yamuk		✓			
Paralelkenar		✓			
Eşkenar dörtgen		✓			
Dikdörtgen		✓			
Kare		✓			

- Tablodan elde ettiğiniz sonuçlardan yararlanarak dörtgenlerin köşegenleri arasındaki örüntüleri genelleştiriniz. Bu süreçte arkadaşlarınızın görüşlerini dinleyerek onların yapacağı genellemeler hakkındaki fikirlerinizi paylaşınız.
- Yaptığınız varsayımlarla genellemelerinizi karşılaştırarak dörtgenlerin köşegenleri arasındaki ilişkilere ait önermelerinizi yazınız.
- Dörtgenlerin köşegen özelliklerine ilişkin yazdığınız önermeleri yeni durumlara uyarlayarak değerlendirmek için aşağıdaki soruyu cevaplayınız.

Aşağıdaki görselde bir sınıf panosunda A, B, C ve D noktalarından sabitlenmiş raptiyelerin etrafından gergin bir ip geçirilerek ABCD karesi oluşturulmuştur.

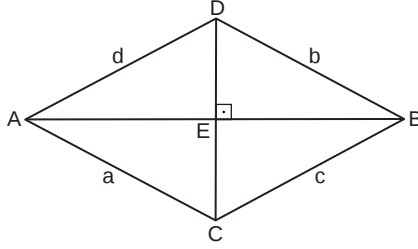


Daha sonra B ve D noktalarını birleştiren gergin bir ip çekiliyor ve $m(\widehat{BCE}) = 15^\circ$ olacak şekilde BD köşegeni üzerindeki E noktasından bir ip raptiye ile C noktasına sabitleniyor. $|CE| = 60$ cm olduğuna göre ABCD karesinin çevresi için kullanılan ipin uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.



6. Aşağıda dörtgenlerin köşegen özellikleriyle ilgili bir önerme verilmiştir.

Önerme: Köşegenleri dik kesişen herhangi bir dörtgende karşılıklı kenar uzunluklarının kareleri toplamı birbirine eşittir.



Verilenler:

ACBD dörtgeninde $[AB] \cap [CD] = \{E\}$,
 $[AB] \perp [CD]$, $|AC| = a$ birim, $|CB| = c$ birim,
 $|BD| = b$ birim ve $|AD| = d$ birim

İspatlanacak ifade:

$$a^2 + b^2 = c^2 + d^2 \text{ dir.}$$

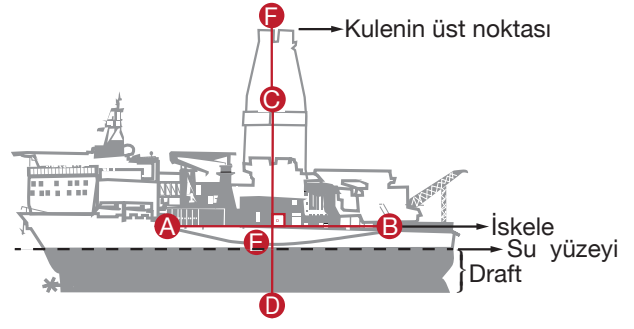
Verilen önermeyi matematik yazılımı kullanarak ispatlayınız.

1. adım: **Araçlar** bölümünden **Doğru Parçası** aracını seçiniz ve AB doğru parçasını oluşturunuz.
 2. adım: **Nokta** aracını seçerek $[AB]$ nın üzerinde olmayan bir C noktası belirleyiniz.
 3. adım: **Dik Doğru** aracını seçerek önce $[AB]$ nı sonra C noktasını seçiniz. Ekranda $[AB]$ na dik olan C noktasından geçen bir doğru oluşacaktır.
 4. adım: **Nokta** aracını seçerek oluşturduğunuz dik doğru üzerinde $[AB]$ na göre C noktasının bulunduğu tarafta olmayan bir D noktası belirleyiniz.
 5. adım: **Çokgen** aracını seçerek sırasıyla A, C, B, D noktalarını ve yeniden A noktasını işaretleyiniz.
 6. adım: **Nesneyi Göster/Gizle** aracını seçerek CD doğrusunu seçiniz.
 7. adım: **Doğru Parçası** aracını seçerek C ile D noktalarını birleştiriniz.
 8. adım: **Kesiştir** aracını seçerek $[AB]$ ve $[CD]$ nı işaretlediğinizde E noktası oluşacaktır.
 9. adım: **Açı** aracını seçerek $[CD]$ ve $[AB]$ nı işaretlediğinizde $m(\widehat{E}) = 90^\circ$ oluşacaktır.
 10. adım: **Giriş** bölümüne $a^2 + b^2$ yazıp **Enter** tuşuna basınız. Ekranda $a^2 + b^2$ değeri oluşacaktır.
 11. adım: **Giriş** bölümüne $c^2 + d^2$ yazıp **Enter** tuşuna basınız. Ekranda $c^2 + d^2$ değeri oluşacaktır.
 12. adım: A, B, C ve D köşelerinden herhangi birini hareket ettirerek 10 ve 11. adımlarda elde edilen değerlerdeki değişimi gözlemleyiniz.
7. Elde ettiğiniz önermelerden birini 6. maddedeki ispat adımlarına benzer bir yöntem izleyerek ispatlayınız. Uyguladığınız ispatı kullanışlılık açısından değerlendiriniz.
8. Elde ettiğiniz çıkarımları matematiksel modele dönüştürerek aşağıdaki gerçek yaşam durumu probleminde uygulayınız.

Türkiye için hem stratejik ve ekonomik hem de enerji güvenliği açısından son derece önemli araçlardan olan sondaj gemileri, son yıllarda ülkemizin yatırım yaparak envanterine kattığı ve enerji bağımsızlığı yolunda kritik öneme sahip olan unsurlardan biridir. Görsel 1’de Türkiye’nin ilk sondaj gemisi olan Fatih, Görsel 2’de geminin iki boyutlu olarak modellenmiş görüntüsü verilmiştir.



Görsel 1



Görsel 2

Fatih sondaj gemisinin özellikleri aşağıda verilmiştir.

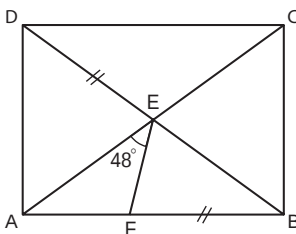
- Uzunluğu yaklaşık 229 metre
- Sondaj kulesinin yüksekliği 64 metre
- Draftı 16 metre (Draft: Geminin altı ile su yüzeyi arasındaki dikey mesafedir.)
- İskelenin denizden yüksekliği 4 metre

Bir teknisyen keşif yapmak için sondaj kulesi üzerindeki C noktasına çıkmıştır. İskele üzerinde A noktasında bulunan mühendisin teknisyene olan uzaklığı 75 metre ve draftın uç noktası olan D noktasına uzaklığı $20\sqrt{10}$ metredir. B noktasında bulunan mühendisin ise teknisyene olan uzaklığı $5\sqrt{145}$ metredir. A, E ve B noktaları ile F, C, E ve D noktaları doğrusal noktalar olmak üzere $[AB] \cap [CD] = \{E\}$, $[AB] \perp [CD]$ olarak veriliyor.

Buna göre

- “C noktasının sondaj kulesinin en üstünde bulunan F noktasına olan uzaklığının kaç metre olduğu üçgende pisagor bağıntısı kullanılarak nasıl hesaplanabilir?” sorusu üzerine tartışınız.
- C noktasının sondaj kulesinin en üstünde bulunan F noktasına olan uzaklığının kaç metre olduğunu 6. maddede verilen dörtgen özelliğini kullanarak bulunuz.
- a ve b maddelerinde yapmış olduğunuz çözümleri karşılaştırarak b maddesinde yapılan çözümün nasıl bir kolaylık sağladığını tartışınız.

5. Örnek

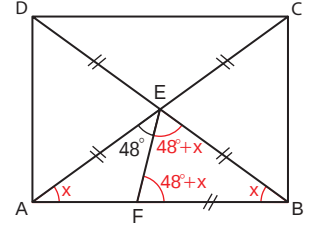


Yandaki ABCD dikdörtgeninde $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen, $[AC] \cap [BD] = \{E\}$, $F \in [AB]$, $|DE| = |FB|$ vem $\widehat{AEF} = 48^\circ$ olarak veriliyor.

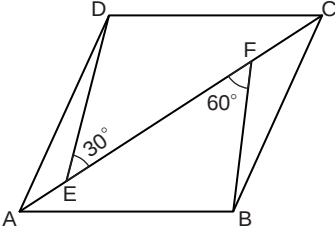
Buna göre $m(\widehat{CAB})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

Çözüm

Dikdörtgende köşegenler birbirini eşit olarak böleceğinden $|AE| = |EC| = |DE| = |EB|$ olur. $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{ABE}) = x$ olsun. Bu durumda $m(\widehat{EFB}) = 48^\circ + x$ olur. $|BF| = |BE|$ olduğundan $m(\widehat{BEF}) = 48^\circ + x$ olur. BEF üçgeninde iç açılarının ölçüleri toplamından $48^\circ + x + 48^\circ + x + x = 180^\circ$ olur. Buradan $3x + 96^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3x = 84^\circ \Rightarrow x = 28^\circ \Rightarrow m(\widehat{CAB}) = 28^\circ$ olarak bulunur.



Sıra Sizde 5



Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde AC köşegeni üzerindeki iki nokta E ve F olmak üzere $m(\widehat{DEC}) = 30^\circ$, $m(\widehat{AFB}) = 60^\circ$ ve $|DE| = 12$ cm olarak veriliyor.

Buna göre $|FB|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

Ek soruların yer aldığı 2. Değerlendirme Soruları'na yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.
(İçerik: Dörtgende kenar uzunlukları)



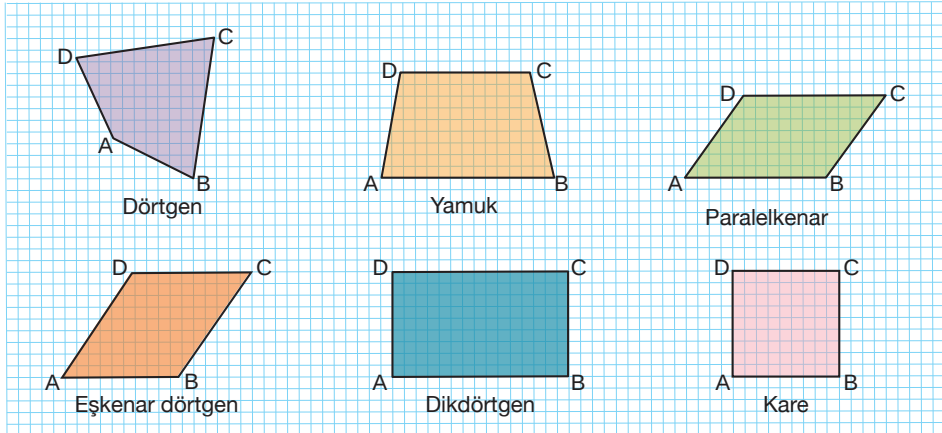
7. Uygulama



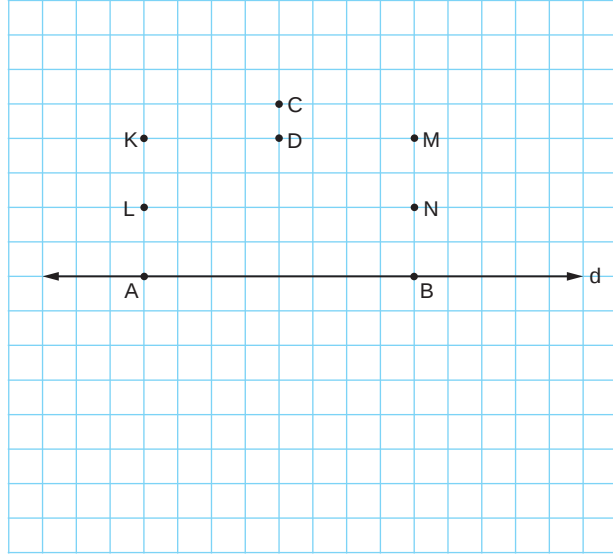
Dörtgenlerde Simetri

Aşağıda istenenleri gerçekleştirerek soruları yanıtlayınız.

1. Aşağıda birim kareli zemin üzerine çizilmiş bazı dörtgenlere ait şekiller verilmiştir. Şekilleri inceleyerek dörtgenlerin simetri özelliklerine ilişkin varsayımlarınızı yazınız.



2. Aşağıda birim kareli zemin üzerinde çizilmiş bir d doğrusu ve işaretlenmiş bazı noktalar verilmiştir. Elde ettiğiniz varsayımlardan genellemeler oluşturabilmeniz için verilen işlem basamaklarını uygulayarak soruları cevaplayınız.



- I. ABC üçgenini oluşturup d doğrusuna göre simetriğini alınız ve elde ettiğiniz dörtgeni tanımlayınız.
- II. ABD üçgenini oluşturup d doğrusuna göre simetriğini alınız ve elde ettiğiniz dörtgeni tanımlayınız.
- III. ABNL dörtgenini oluşturup d doğrusuna göre simetriğini alınız ve elde ettiğiniz şekli tanımlayınız.
- IV. ABMK dörtgenini oluşturup d doğrusuna göre simetriğini alınız ve elde ettiğiniz şekli tanımlayınız.
- V. ABNK dörtgenini oluşturup d doğrusuna göre simetriğini alınız ve elde ettiğiniz şekli tanımlayınız.



3. 2. maddede verdiğiniz cevaplardan yararlanarak aşağıdaki tabloyu örnekteki gibi doldurunuz. Tablodan elde ettiğiniz sonuçlardan yararlanarak dörtgenlerin simetri özelliklerine dair örüntüleri genelleyiniz. Bu süreçte sınıf arkadaşlarınızın görüşlerini dinleyerek onların yapacağı genellemeler hakkındaki fikirlerinizi paylaşınız.

	İfadeler					
	Köşegenleri simetri eksenidir.	Karşılıklı paralel kenarlarının orta noktalarından simetri eksenini geçer.	Bir tane simetri eksenidir.	İki tane simetri eksenidir.	Dört tane simetri eksenidir.	Simetri eksenidir.
Dörtgen						
Yamuk						
İkizkenar yamuk		✓				
Dik yamuk						
Paralelkenar						
Eşkenar dörtgen						
Dikdörtgen		✓				
Kare		✓				

4. Yaptığınız varsayımlarla genellemelerinizi karşılaştırarak dörtgenlerin simetri özelliklerine ilişkin önermelerinizi yazınız.

5. Dörtgenlerin simetri özelliklerine ilişkin yazdığınız önermeleri yeni durumlara uyarlayarak değerlendirmek için aşağıdaki soruyu cevaplayınız.

Badminton oynayan Ahmet, Burak, Ceren ve Dilek isimli dört arkadaş antrenman yapmak için sırasıyla A, B, C ve D noktalarına yerleşerek ABCD dörtgeni oluşturuyorlar. $|AC| = 12$ metre ve $|BD| = 16$ metre olarak veriliyor. ABCD dörtgeninin köşegenleri aynı zamanda simetri eksenine olduğuna göre ABCD dörtgeninin çevre uzunluğunun kaç metre olduğunu bulunuz.

6. Aşağıda karenin simetri özellikleri ile ilgili bir önerme verilmiştir.

Önerme: Karenin karşılıklı kenarlarının orta noktalarından geçen doğrular simetri eksenidir.

Verilen önermeyi matematik yazılımı kullanarak ispatlayınız.

1. adım: Araçlar bölümünden **Düzgün Çokgen** aracını seçerek ardından A, B noktalarını seçtiğinizde gelen sekmede 4 sayısını seçerek ABCD karesini oluşturunuz.

2. adım: **Nokta** aracından **Orta Nokta veya Merkez** aracını seçtiğinizde AB kenarı ve ardından CD kenarını seçtiğinizde E ve F noktaları oluşacaktır.



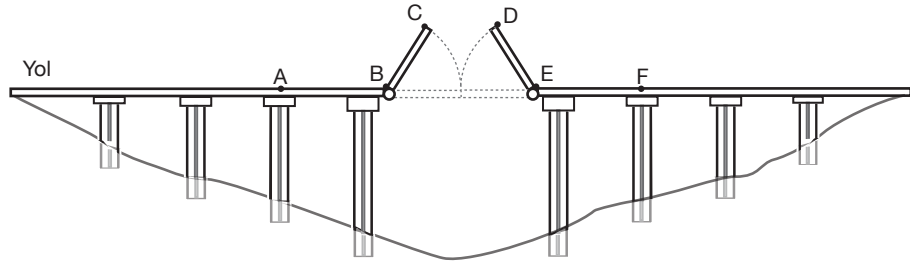


- 3. adım: Doğru** aracını seçerek E ve F noktalarından geçen bir doğru çiziniz.
- 4. adım: Doğruda Yansıt** aracını seçerek AD doğru parçası ve EF doğrusu seçildiğinde D' noktası ile C noktasının ve A' noktası ile B noktasının üst üste geldiği görülecektir.
7. Elde ettiğiniz önermelerden birini 6. maddedeki ispat adımlarına benzer bir yöntem izleyerek ispatlayınız. Uyguladığınız ispatı kullanışlılık açısından değerlendiriniz.
8. Elde ettiğiniz çıkarımları matematiksel modele dönüştürerek aşağıdaki gerçek yaşam durumu probleminde uygulayınız.
- Haliç'i birleştiren Galata Köprüsü, kırkar metre uzunluğunda açılır kanatlara sahip olup toplam 490 metre uzunluğundadır (Görsel 1).



Görsel 1

Galata Köprüsü'nün açılmış hâlinin iki boyutlu olarak modellenmiş görüntüsü Görsel 2 'de verilmiştir. Köprü'nün açılır kanatları birbirlerine simetrik olacak şekilde hareket etmektedir. Görsel 2'deki A, B, E ve F noktaları doğrusaldır.



Görsel 2

Buna göre

- a) C ve D noktalarının birbirlerine olan uzaklığının 32 metre olduğu anda C ve D noktalarının yola dik uzaklığının kaç metre yükseklikte olacağını bulunuz.
- b) Köprü'nün açılır kanatlarının yol ile 120° lik açı oluşturduğu anda C ve D noktaları arasındaki uzaklığın kaç metre olduğunu bulunuz.

6. Örnek

Kerem Öğretmen matematik dersinde tahtaya ABCD dörtgenini çizmiş ve bu dörtgenle ilgili aşağıdaki bilgileri vermiştir.

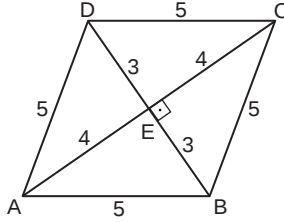
- I. Dörtgenin en az iki simetri eksenine sahiptir.
- II. Dörtgenin kenar uzunlukları eşit ve 5 cm'dir.
- III. Simetri eksenlerinden birinin dörtgen içinde kalan parçasının uzunluğu 6 cm'dir.

Buna göre dörtgenin köşegen uzunlukları toplamının kaç cm olduğunu bulunuz.

Çözüm

- I. bilgiye göre bu dörtgen eşkenar dörtgen, dikdörtgen veya kare olabilir.
- II. bilgiye göre kenarları eşit olduğundan bu dörtgen eşkenar dörtgen veya kare olabilir.
- III. bilgiye göre karenin kenar uzunlukları 5 cm iken köşegen uzunluğu $5\sqrt{2}$ cm olmalıdır. Soruda köşegen uzunluğu 6 cm olarak verilmiş dolayısıyla bu şekil kesinlikle eşkenar dörtgendir.

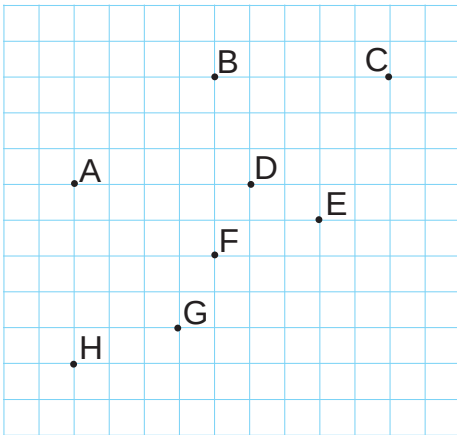
Bu bilgilerden yararlanarak aşağıdaki ABCD dörtgeni çizilebilir.



Eşkenar dörtgende köşegenler birbirini dik olarak ortalarından $|DE| = |EB| = 3$ cm olur. AEB üçgeninde Pisagor teoreminden $|AE| = 4$ cm, $|AC| = 8$ cm olur.

Dolayısıyla ABCD eşkenar dörtgeninin köşegen uzunlukları toplamı $8 + 6 = 14$ cm bulunur.

Sıra Sizde 6



Yandaki şekilde birim karelerden oluşan zemin üzerinde işaretlenmiş sekiz nokta verilmiştir. **Köşeleri bu sekiz noktadan dört tanesi ile oluşturulabilecek dışbükey dörtgenlerle ilgili aşağıdaki soruları cevaplayınız.**

1. Simetri eksenini A noktasından geçen kaç farklı dörtgen oluşturulabileceğini bulunuz.
2. Köşelerinden ikisi A, F ve simetri eksenini AF doğrusu olan dörtgeni tanımlayarak çevre uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.

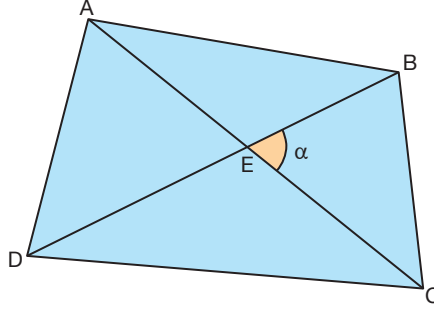
8. Uygulama



Dörtgende Alan Özellikleri-1

Aşağıda istenenleri gerçekleştirerek soruları yanıtlayınız.

1. Köşegen uzunlukları ve köşegenler arasındaki açının ölçüsü bilinen bir dörtgenin alanının nasıl bulunabileceğine ilişkin varsayımlarınızı yazınız.
2. Aşağıdaki ABCD dörtgeninin köşegenleri arasında oluşan açının ölçüsü α olmak üzere



- I. ABC üçgeninin AC kenarına ait yüksekliğini ve ADC üçgeninin AC kenarına ait yüksekliğini çizin.
 - II. ABC üçgeninde AC kenarına ait yüksekliği $\sin \alpha$ yardımıyla ifade ediniz.
 - III. ADC üçgeninde AC kenarına ait yüksekliği $\sin \alpha$ yardımıyla ifade ediniz.
 - IV. ABC üçgeninin alanını AC kenarı ve bu kenara ait yükseklik cinsinden ifade ediniz.
 - V. ADC üçgeninin alanını AC kenarı ve bu kenara ait yükseklik cinsinden ifade ediniz.
 - VI. Yukarıdaki adımları dikkate alarak ABCD dörtgeninin alanını ifade ediniz.
3. 2. maddede uyguladığınız adımlarla elde ettiğiniz eşitliklerden yararlanarak tabloyu örnekteki gibi doldurunuz.

$ AC $	$ BE $	$ DE $	α	$A(\widehat{ABC})$	$A(\widehat{ADC})$	$A(ABCD)$
12 cm	4 cm	6 cm	30°	12 cm^2	18 cm^2	30 cm^2
20 cm	10 cm	8 cm	45°			
15 cm	6 cm	10 cm	90°			
13 cm	8 cm	6 cm	60°			

4. ABCD dörtgeninin alanı, köşegen uzunluklarının ve köşegenleri arasında oluşan açının sinüs değerinin yardımıyla ifade edilebilmektedir. Buna göre dörtgenlerde alan bağıntısına dair genellemenizi oluşturunuz.
5. ABCD dörtgeninin alanı, dörtgenin köşegen uzunlukları ve köşegenleri arasında oluşan açının sinüs değeri yardımıyla ifade edilebilmektedir. Buna göre dörtgenlerde alan bağıntısına dair genellemenizi varsayımlarınızla karşılaştırınız ve önermenizi yazınız.

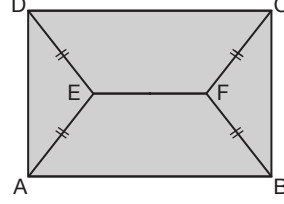




6. Dörtgenlerin alan özelliklerine ilişkin yazdığınız önermeyi yeni durumlara uyarlayarak değerlendirmek için aşağıdaki soruyu cevaplayınız.
Görseldeki müstakil evin çatısının bir kısmı uygun çatı malzemeleri kullanılarak kaplanmak isteniyor. Maliyet hesabı yapılabilmesi için çatının kaplanacak kısmının alanına ihtiyaç duyulmaktadır. Müstakil evin görseli (Görsel 1) ve çatısının üstten görünümü (Görsel 2) aşağıda verilmiştir.



Görsel 1

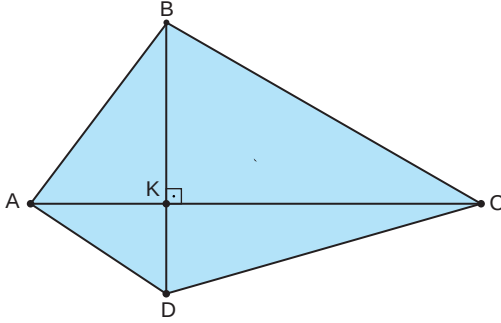


Görsel 2

Görsel 2’de ABCD dikdörtgen ve $|AE| = |BF| = |CF| = |DE|$ dir. A ile F noktaları arasındaki uzaklığın 4 metre ve $[AF]$ ile $[AB]$ arasında oluşan açının ölçüsünün $22,5^\circ$ olduğu bilinmektedir. Buna göre uygun malzeme ile kaplanacak olan ABFE yüzeyinin alanının kaç metrekare olduğunu bulunuz.

7. Aşağıda dörtgenlerde alan özellikleri ile ilgili bir önerme verilmiştir.

Önerme: Bir ABCD dörtgeninde köşegenler dik kesişiyor ise dörtgenin alanı köşegen uzunlukları çarpımının yarısına eşittir.



Verilenler:

ABCD dörtgeninde $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen
 $[AC] \perp [BD]$, $[AC] \cap [BD] = \{K\}$, $|AC|$ ve $|BD|$

İspatlanacak ifade:

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD|$$

Verilen bu önermeyi üçgende alan özelliklerini kullanarak ispatlayınız.

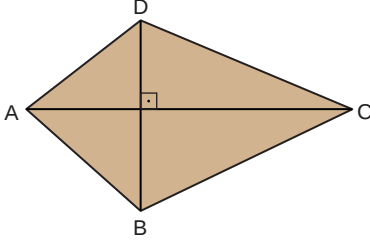
Önermede verilen ABCD dörtgeninden yararlanarak aşağıdaki işlem basamaklarını tamamlayınız.

- I. AKB üçgeninin alanını dik kenarları türünden ifade ediniz.
- II. BKC üçgeninin alanını dik kenarları türünden ifade ediniz.
- III. CKD üçgeninin alanını dik kenarları türünden ifade ediniz.
- IV. DKA üçgeninin alanını dik kenarları türünden ifade ediniz.
- V. I, II, III ve IV. adımlarda elde ettiğiniz üçgenlerin alanlarını toplayarak ABCD dörtgeninin alanını köşegenleri türünden ifade ediniz.



8. Elde ettiğiniz önermelerden birini 7. maddedeki ispat adımlarına benzer bir yöntem izleyerek ispatlayınız. Uyguladığınız ispatı kullanışlılık açısından değerlendiriniz.

9. Elde ettiğiniz çıkarımları matematiksel modele dönüştürerek aşağıdaki gerçek yaşam durumu probleminde uygulayınız.



Bir çiftçi yanda verilen ABCD dörtgeni şeklindeki bahçesini köşegenleri üzerinden geçireceği çitler yardımıyla dört bölgeye ayırıp her bir bölgeye farklı ürünler ekmek istemektedir. Köşegenleri dik kesişen bu bahçenin köşegen uzunlukları birer tam sayı olup toplam alanı 63 metrekaredir. Çekilen çitlerin uzunlukları toplamı 23 metre olduğuna göre çitlerin uzunlukları farkının kaç metre olduğunu bulunuz.

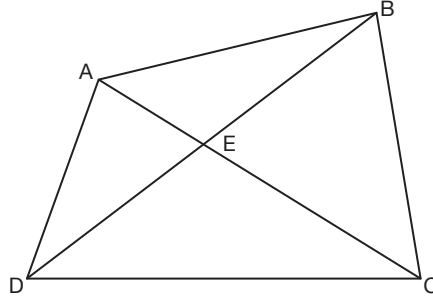
9. Uygulama



Dörtgenlerde Alan Özellikleri-2

Aşağıda istenenleri gerçekleştirerek soruları yanıtlayınız.

1. Aşağıdaki şekilde ABCD dörtgen, $[AC]$ ve $[BD]$ köşegenler, E noktası köşegenlerin kesim noktası ve $A(\widehat{ADE}) = S_1$, $A(\widehat{AEB}) = S_2$, $A(\widehat{BEC}) = S_3$, $A(\widehat{DEC}) = S_4$ olarak veriliyor.

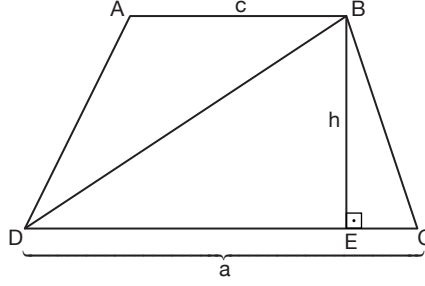


Buna göre

- a) Üçgende alan özelliklerini kullanarak ADE, AEB, BEC ve DEC üçgenlerinin alanları yardımıyla $\frac{|DE|}{|EB|}$ oranını S_1, S_2, S_3 ve S_4 cinsinden yazınız.
- b) a maddesinden yararlanarak S_1, S_2, S_3 ve S_4 arasındaki ilişkiyi bulunuz.

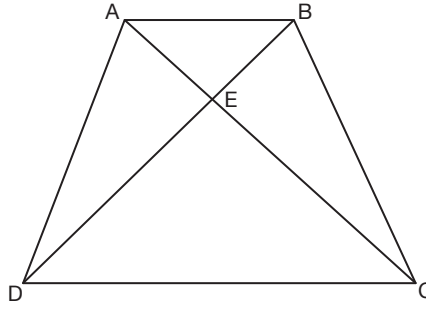


2. Aşağıdaki şekilde $[AB] \parallel [DC]$, $|AB| = c$ birim, $|DC| = a$ birim, $E \in [DC]$, $[BE] \perp [DC]$, ve $|BE| = h$ birim şekilde bir ABCD dörtgeni verilmiştir.



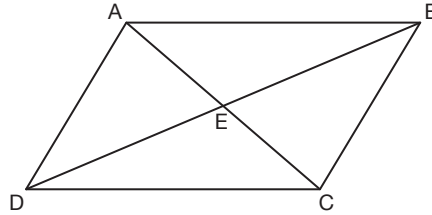
Buna göre DBC ve DBA üçgenlerinin alanları yardımıyla ABCD dörtgeninin alanını a , c ve h cinsinden ifade ediniz.

3. Aşağıdaki şekilde ABCD dörtgen, $[AB] \parallel [DC]$, $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen, E noktası köşegenlerin kesim noktası, $A(\widehat{ADE}) = S_1$, $A(\widehat{AEB}) = S_2$, $A(\widehat{BEC}) = S_3$, $A(\widehat{DEC}) = S_4$ olarak veriliyor.

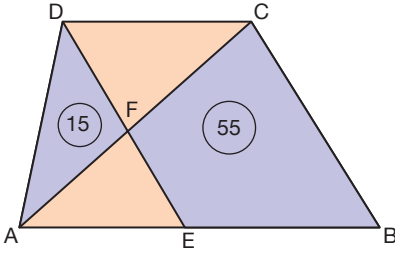


Buna göre ACD ve CBD üçgenlerinin alanlarını kullanarak $A(\widehat{ADE}) = S_1$ ve $A(\widehat{BEC}) = S_3$ arasındaki ilişkiyi bulunuz.

4. Aşağıdaki şekilde ABCD paralelkenarı verilmiştir. Buna göre paralekenarın köşegenlerinin oluşturduğu alanlar arasındaki ilişkiyi bulunuz.



7. Örnek



Yandaki şekilde ABCD yamuk ve BCDE paralelkenar, $[AC] \cap [DE] = \{F\}$, $E \in [AB]$, $A(\widehat{ADF}) = 15 \text{ cm}^2$ ve $A(\widehat{BCFE}) = 55 \text{ cm}^2$ olarak veriliyor.

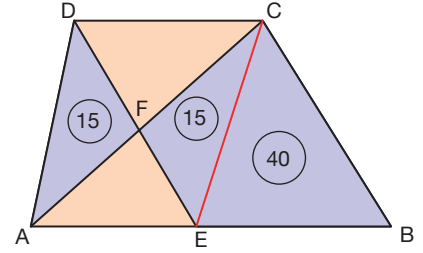
Buna göre $A(\widehat{ABCD})$ nın kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

Çözüm

BCDE paralelkenarında CE köşegeni çizilir ve oluşan AECD dörtgeninde $[AE] \parallel [DC]$ olduğunda $A(\widehat{ADF}) = A(\widehat{ECF}) = 15 \text{ cm}^2$ olur.

Bu durumda $A(\widehat{EBC}) = 55 - 15 = 40 \text{ cm}^2$ ve

$A(\widehat{DFC}) = 40 - 15 = 25 \text{ cm}^2$ olur.



AECD dörtgeninde köşegenlerin oluşturduğu dört üçgenden karşılıklı olanların alanları çarpımı eşit olacağından

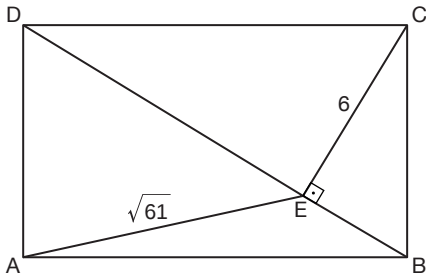
$$A(\widehat{AEF}) \cdot A(\widehat{CDF}) = A(\widehat{ADF}) \cdot A(\widehat{ECF})$$

$$25 \cdot A(\widehat{AEF}) = 15 \cdot 15$$

$$A(\widehat{AEF}) = 9 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Bu durumda $A(\widehat{ABCD}) = 104 \text{ cm}^2$ olarak bulunur.

Sıra Sizde 7

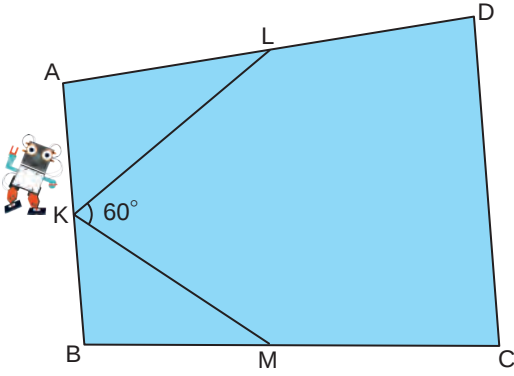


Yandaki şekilde ABCD dikdörtgendir.

$[BD]$ köşegen, $[BD] \perp [CE]$, $E \in [BD]$, $|CE| = 6 \text{ cm}$ ve $|AE| = \sqrt{61} \text{ cm}$ olarak veriliyor.

Buna göre $A(\widehat{ADE})$ nın kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

8. Örnek



Robotik kodlama eğitimi alan Bilge, yanda dörtgen biçiminde görseli verilen parkurun alanını hesaplamak istemiştir. Bilge yaptığı robot yardımıyla AB kenarının orta noktası olan K'nın, AD kenarının orta noktası olan L'ye uzaklığını 8 metre, BC kenarının orta noktası olan M'ye uzaklığını ise 10 metre olarak hesaplamıştır. Robotun izlediği iki rota arasında oluşan açının ölçüsünün 60° olduğu biliniyor.

Buna göre parkurun alanının kaç metrekare olduğunu bulunuz.

Çözüm

AC ve BD köşegenleri çizildiğinde ABD üçgeninde K ve L orta noktalar olduğundan $[KL] \parallel [BD]$ olur.

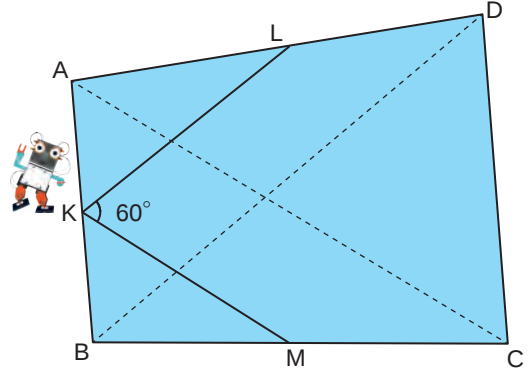
$$|KL| = \frac{|BD|}{2} \Rightarrow 8 = \frac{|BD|}{2} \Rightarrow |BD| = 16 \text{ cm}$$

ABC üçgeninde K ve M orta noktalar olduğundan $[KM] \parallel [AC]$ olur.

$$|KM| = \frac{|AC|}{2} \Rightarrow 10 = \frac{|AC|}{2} \Rightarrow |AC| = 20 \text{ cm}$$

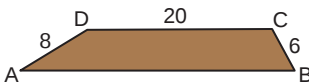
Ayrıca yöndeş açılardan $m(\widehat{LKM}) = m(\widehat{DTC}) = 60^\circ$ olur.

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| \cdot \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 80\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ olarak bulunur.} \end{aligned}$$



Sıra Sizde 8

Şekil 1'de verilen ABCD yamuğu biçimindeki özdeş çitlerden dört tanesi aralarında boşluk bırakılmadan birleştirilerek Şekil 2'deki gibi resim çerçevesi yapılmıştır. $|AD| = 8 \text{ cm}$, $|DC| = 20 \text{ cm}$ ve $|CB| = 6 \text{ cm}$ olarak verilmiştir.



Şekil 1



Şekil 2

Buna göre resim yerleştirmek için ayrılan bölgenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

10. Uygulama



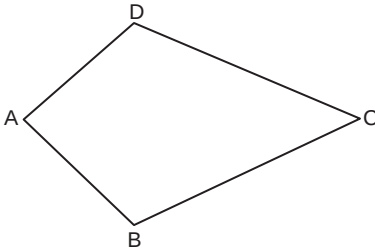
Deltoid

Aşağıda ABC üçgeni için verilen işlem basamaklarını takip ederek uygulamayı tamamlayınız.



1. $m(\widehat{A}) > 90^\circ$ olmak üzere ABC üçgeninin BC kenarına göre simetriğini alınız. A noktasının BC kenarına göre simetriği olan noktayı A' noktası olarak isimlendiriniz. Oluşan ABA'C dörtgeni ile ilgili aşağıdaki soruları cevaplayınız.
 - a) ABA'C dörtgeninin her zaman bir dışbükey dörtgen olup olmayacağını açıklayınız.
 - b) ABA'C dörtgeninde A ve A' açılarının her zaman eş olup olmayacağını açıklayarak B ve C açılarının ölçüleri hakkında neler söylenebileceği üzerine tartışınız.
 - c) ABA'C dörtgeninde eşit uzunluğa sahip kenarları açıklayınız.
 - ç) ABA'C dörtgeninin köşegenlerinin her zaman dik kesişip kesişmeyeceğini açıklayınız.
 - d) ABA'C dörtgeninin köşegen uzunluklarının bilindiği kabul edilirse ABA'C dörtgeninin alanının nasıl bulunabileceğini açıklayınız.
 - e) ABA'C dörtgeni bir deltoid olduğuna göre deltoidin nasıl tanımlanabileceğine ilişkin fikirlerinizi paylaşınız. Sınıf arkadaşlarınızla fikirleriniz üzerine tartışınız.
2. $m(\widehat{A}) > 90^\circ$ olmak üzere ABC üçgeninin sırasıyla AB ve CA kenarlarına göre simetriği alındığında oluşacak dörtgenlerin dışbükey dörtgen olup olmayacağını açıklayınız. Cevabınızdan yola çıkarak oluşabilecek dörtgenlerin deltoid olup olmayacağını açıklayınız.
3. ABC üçgeninin dar açılı bir üçgen olması durumunda herhangi bir kenarına göre simetriği alındığında oluşacak dörtgenlerin deltoid olup olmayacağını açıklayınız.
4. ABC üçgeninin ikizkenar veya eşkenar üçgen olması durumunda ABC üçgeninin kenarlarına göre simetriği alındığında oluşabilecek dörtgenler üzerine fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

9. Örnek



Yandaki ABCD dörtgeninde $|AB| = |AD|$, $|BC| = |DC|$, $m(\widehat{D}) = 110^\circ$ ve $m(\widehat{A}) = 2 \cdot m(\widehat{C}) + 20^\circ$ olarak veriliyor.

Buna göre $m(\widehat{A})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.



Çözüm

ABCD dörtgeninde $m(\widehat{B}) = m(\widehat{D}) = 110^\circ$ dir. Bir dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° olduğundan $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 360^\circ$

$$2 \cdot m(\widehat{C}) + 20^\circ + 110^\circ + m(\widehat{C}) + 110^\circ = 360^\circ$$

$$3 \cdot m(\widehat{C}) + 240^\circ = 360^\circ$$

$$3 \cdot m(\widehat{C}) = 120^\circ$$

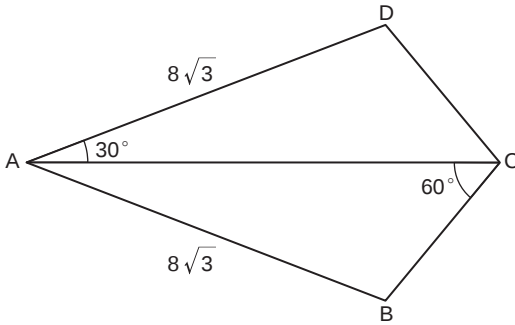
$$m(\widehat{C}) = 40^\circ \text{ olur.}$$

$$m(\widehat{A}) = 2 \cdot 40^\circ + 20^\circ = 100^\circ \text{ olarak bulunur.}$$

Sıra Sizde 9

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1.

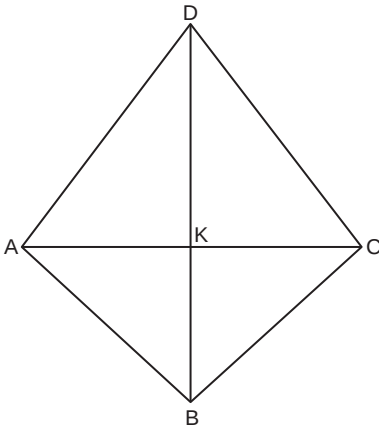


Yandaki ABCD deltoidinde

$|AD| = |AB| = 8\sqrt{3}$ birim, $m(\widehat{DAC}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{ACB}) = 60^\circ$ olarak veriliyor.

Buna göre A(ABCD) nın kaç birimkare olduğunu bulunuz.

2.



Yandaki ABCD deltoidinde

$|AD| = |DC| = 20$ cm, $|AB| = |BC| = 15$ cm ve $|AC| = 24$ cm olarak veriliyor.

Buna göre |DB| nun kaç cm olduğunu bulunuz.

Ek soruların yer aldığı 3. Değerlendirme Soruları'na yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.
(İçerik: Dörtgende alan)

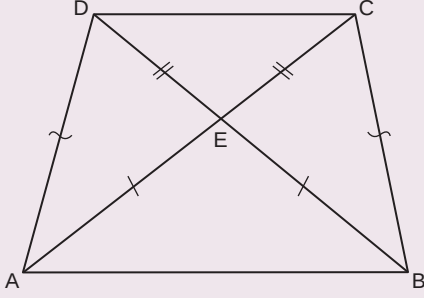


Özel dörtgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerini içeren Çalışma Kağıdı'na yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.



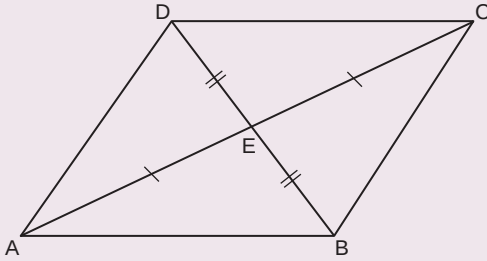
Kontrol Noktası

1.

**İkizkenar Yamuk**

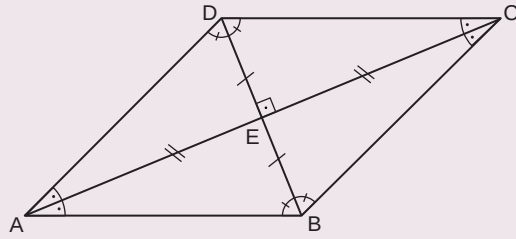
- $[AB] \parallel [DC]$ ve $|AD| = |BC|$
- $|AE| = |EB|$ ve $|DE| = |EC|$
- $|AC| = |BD|$

2.

**Paralelkenar**

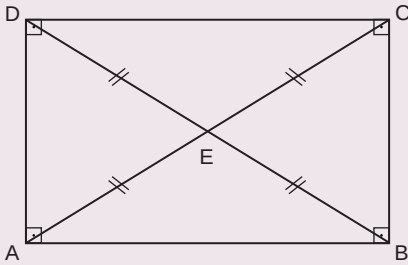
- $m(\widehat{A}) = m(\widehat{C})$ ve $m(\widehat{B}) = m(\widehat{D})$
- $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$
- $|AE| = |EC|$, $|BE| = |ED|$

3.

**Eşkenar Dörtgen**

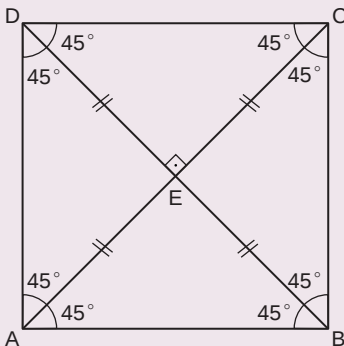
- $[AC] \perp [BD]$
- $|AE| = |EC|$ ve $|BE| = |ED|$
- $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{BCA}) = m(\widehat{DCA})$,
 $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD}) = m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{CDB})$
- Köşegenler simetri eksenidir.

4.

**Dikdörtgen**

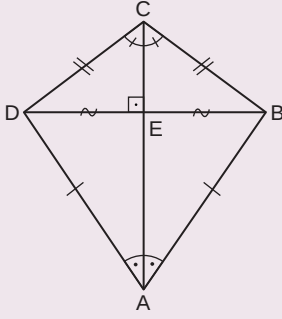
- $m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{D}) = 90^\circ$
- $|AC| = |BD|$
- $|AE| = |EC| = |BE| = |ED|$

5.

**Kare**

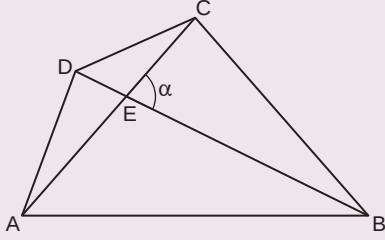
- $m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{D}) = 90^\circ$
- $|AC| = |BD|$
- $|AE| = |EC| = |BE| = |ED|$
- $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD}) = 45^\circ$
 $m(\widehat{BCA}) = m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{CDB}) = m(\widehat{ADB}) = 45^\circ$
- Köşegenler simetri eksenidir.

6.

**Deltoid**

- $m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{BCA}), m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{BAC})$
- $|CD| = |CB|, |AD| = |AB|$ ve $|DE| = |EB|$
- $[AC] \perp [BD]$
- AC köşegeni simetri eksenidir.

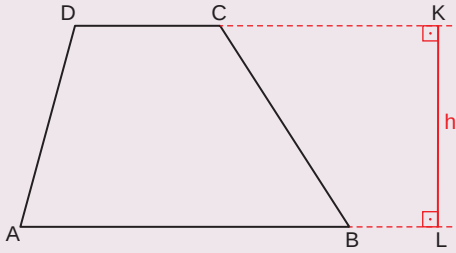
7.

**Dörtgenin Alanı**

$[AC]$ ve $[BD]$ köşegenler,

- $m(\widehat{CEB}) = \alpha$ olmak üzere
- $A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| \cdot \sin \alpha$
- $A(\widehat{AED}) \cdot A(\widehat{BEC}) = A(\widehat{AEB}) \cdot A(\widehat{DEC})$

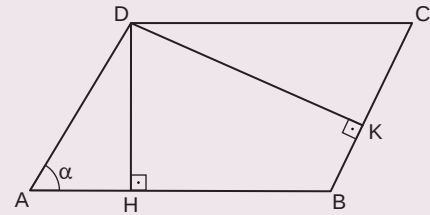
8.

**Yamuğun Alanı**

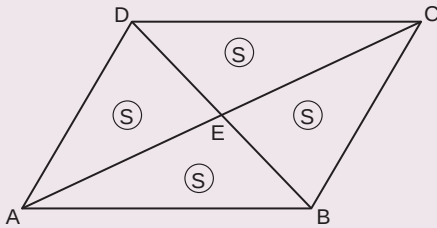
$[AB] \parallel [DC], [KL] \perp [AB]$ ve $|KL| = h$ birim olmak üzere

- $A(ABCD) = \frac{(|AB| + |CD|)}{2} \cdot h$

9.

**Paralelkenarın Alanı**

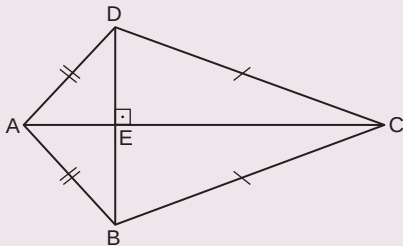
- A, H ve B noktaları ile B, K ve C noktaları doğrusaldır. $[DH] \perp [AB], [DK] \perp [BC]$
- $m(\widehat{DAB}) = \alpha$ olmak üzere
- $A(ABCD) = |AB| \cdot |AD| \cdot \sin \alpha$
- $A(ABCD) = |AB| \cdot |DH| = |BC| \cdot |DK|$



$[AC]$ ve $[BD]$ köşegenler,

- $A(\widehat{AEB}) = A(\widehat{BEC}) = A(\widehat{CED}) = A(\widehat{DEA}) = S$

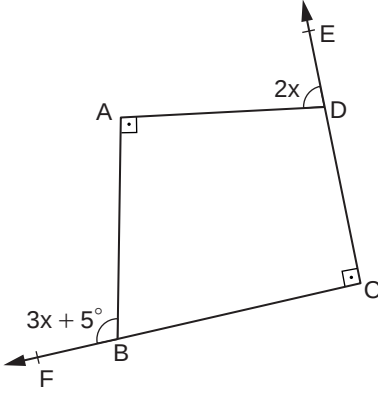
10.

**Deltoidin Alanı**

- $[AC]$ ve $[BD]$ köşegenler, $[AC] \perp [DB]$ ve $|AB| = |AD|, |BC| = |CD|$
- $A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD|$

Alıştırımlar

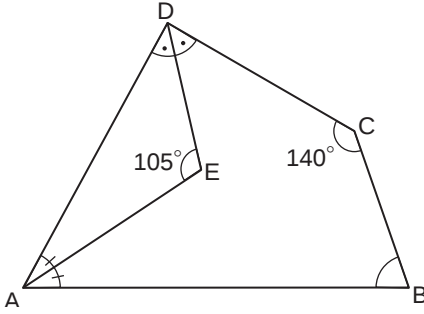
1.



Yandaki ABCD dörtgeninde $[DA] \perp [AB]$, $[DC] \perp [CB]$, E, D, C ve F, B, C noktaları doğrusaldır. $m(\widehat{ADE}) = 2x$ ve $m(\widehat{ABF}) = 3x + 5^\circ$ olarak veriliyor.

Buna göre x in kaç derece olduğunu bulunuz.

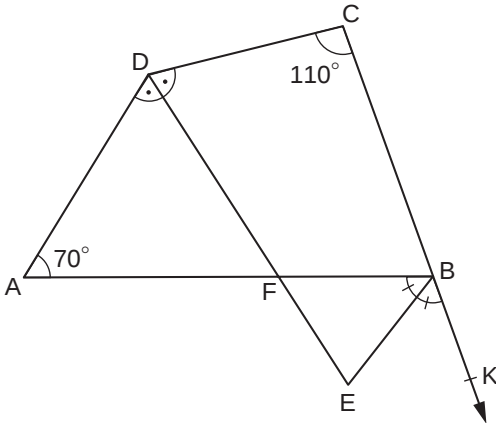
2.



Yandaki ABCD dörtgeninde $[AE]$ ve $[DE]$ iç açıortaylar, $m(\widehat{C}) = 140^\circ$ ve $m(\widehat{DEA}) = 105^\circ$ olarak veriliyor.

Buna göre $m(\widehat{ABC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

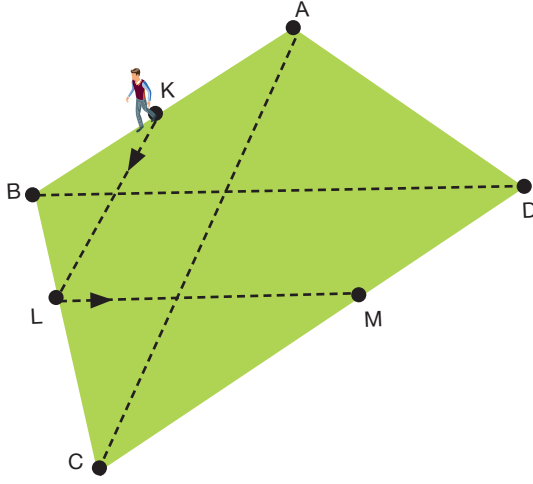
3.



Yandaki şekilde ABCD bir dörtgen; D, F, E ve C, B, K noktaları doğrusaldır. $[AB] \cap [DE] = \{F\}$, $[BE]$ dış açıortay, $[DE]$ iç açıortay, $m(\widehat{A}) = 70^\circ$, $m(\widehat{C}) = 110^\circ$ olarak veriliyor.

Buna göre $m(\widehat{DEB})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

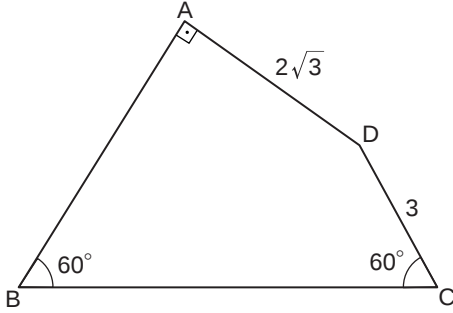
4.



Yan tarafta dörtgen biçiminde bir yeşil alan görseli verilmiştir. A, B, C ve D yeşil alanın köşe noktaları; K, L ve M bulundukları kenarların orta noktaları olmak üzere K noktasında bulunan kişinin doğrusal olarak hareket ederek önce L noktasına daha sonra M noktasına giderken aldığı toplam yol 28 metre olarak veriliyor.

Buna göre yeşil alanın köşegen uzunlukları toplamının kaç metre olduğunu bulunuz.

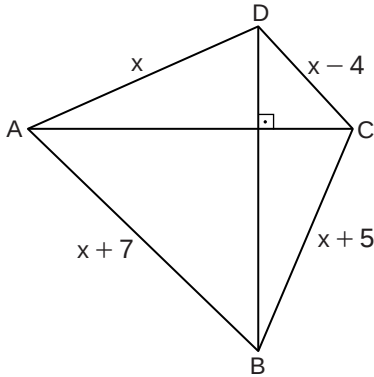
5.



Yandaki ABCD dörtgeninde $m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$, $m(\widehat{BCD}) = 60^\circ$, $[BA] \perp [AD]$, $|AD| = 2\sqrt{3}$ cm, $|DC| = 3$ cm olarak veriliyor.

Buna göre $|BC|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

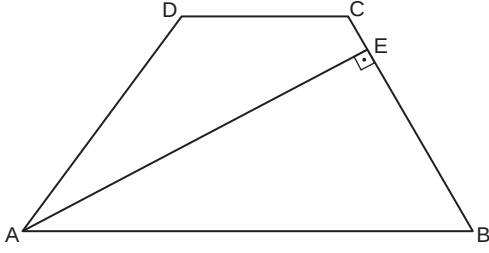
6.



Yandaki ABCD dörtgeninde $[AC] \perp [BD]$, $|AD| = x$ birim $|AB| = (x + 7)$ birim, $|BC| = (x + 5)$ birim ve $|CD| = (x - 4)$ birim olarak veriliyor.

Buna göre $|AD| = x$ in kaç birim olduğunu bulunuz.

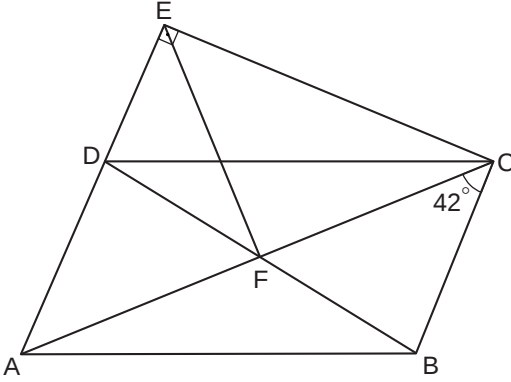
7.



Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$, $[AE] \perp [BC]$, $|DA| = |CB|$ ve $\frac{m(\widehat{DAE})}{m(\widehat{EAB})} = \frac{4}{7}$ olarak veriliyor.

Buna göre $m(\widehat{DCB})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

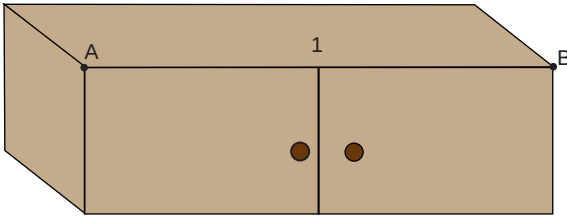
8.



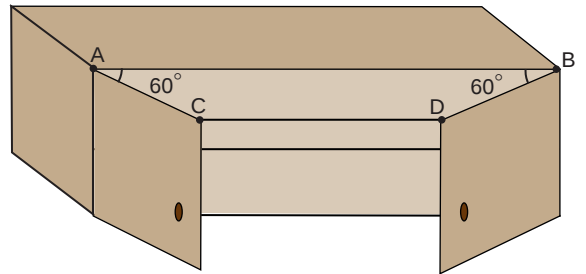
Yandaki şekilde ABCD bir paralelkenar; A, D ve E noktaları doğrusal, $[AE] \perp [EC]$, $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen, F noktası köşegenlerin kesim noktasıdır. $m(\widehat{ACB}) = 42^\circ$ olarak veriliyor.

Buna göre $m(\widehat{EFC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

9. Şekil 1’de verilen dikdörtgen biçimindeki dolabın A ve B köşeleri arasındaki uzaklık 1 metredir. Dolabın eş dikdörtgenlerden oluşan her iki kapağının 60° açılmasıyla oluşan görüntüsü Şekil 2’de verilmiştir.



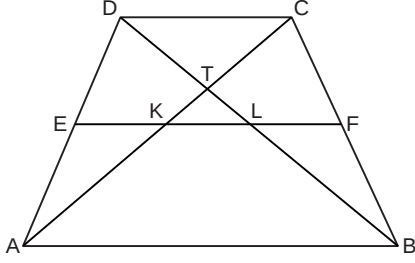
Şekil 1



Şekil 2

Buna göre Şekil 2’de kapakları açılan dolabın kapaklarının üst köşeleri olan C ve D noktaları arasındaki uzaklığın kaç santimetre olduğunu bulunuz.

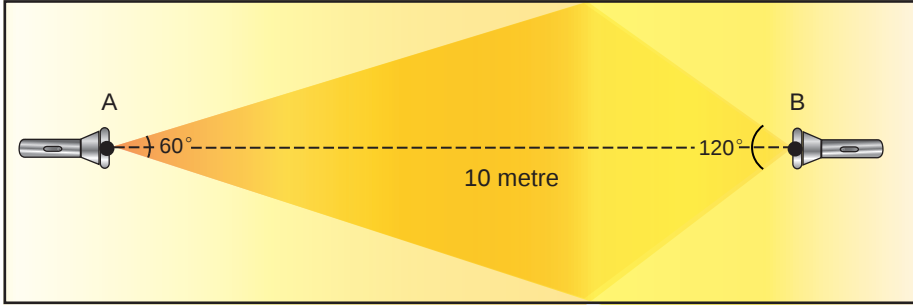
10.



Yandaki ABCD yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$, E ve F bulundukları kenarların orta noktaları, $[AC]$ ve $[BD]$ yamuğun köşegenleri, $[AC] \cap [EF] = \{K\}$, $[BD] \cap [EF] = \{L\}$, $[AC] \cap [BD] = \{T\}$, $|AB| = 16$ cm ve $|DC| = 6$ cm olarak veriliyor.

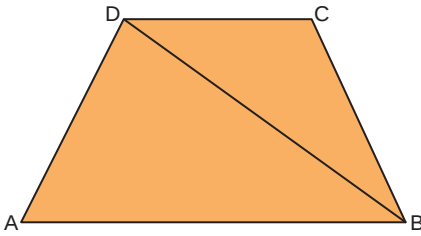
Buna göre $|KL|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

11. Aralarında 10 metre mesafe bulunan A ve B noktalarındaki iki fener doğrusal olacak şekilde önlerindeki bölgeyi aşağıda verilen görseldeki gibi aydınlatmaktadır. A noktasındaki fenerin merceği 60° lik açı, B noktasındaki fenerin merceği 120° lik açı ile önlerindeki bölgeyi aydınlatmaktadır.

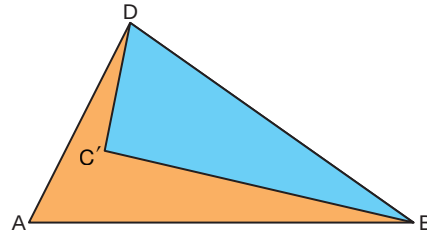


Buna göre fenerlerin aydınlattığı ortak bölgenin alanının kaç metrekare olduğunu bulunuz.

12. Şekil 1'de ön yüzü turuncu, arka yüzü mavi renkli ABCD yamuğu biçimindeki kâğıt; $[BD]$ boyunca katlandığında C noktası C' noktasıyla çakışarak Şekil 2 elde edilmektedir. $2 \cdot |AB| = 5 \cdot |DC|$ ve Şekil 2'de turuncu renkli bölgenin alanı 24 cm^2 olarak veriliyor.



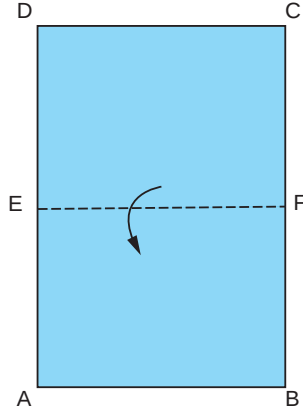
Şekil 1



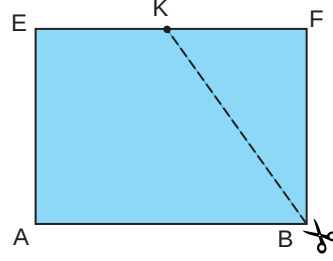
Şekil 2

Buna göre $A(ABCD)$ nın kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

13. Dikdörtgen şeklindeki bir kâğıdın köşe noktaları A, B, C ve D olmak üzere (Şekil 1) $[DC]$, $[AB]$ nın üzerine gelecek şekilde $[EF]$ boyunca katlandığında Şekil 2'deki görüntü elde ediliyor. $K \in [EF]$ olmak üzere Şekil 2'deki kâğıt, $[BK]$ ve $[KE]$ boyunca makas yardımıyla kesilerek üç parçaya ayrılıyor.



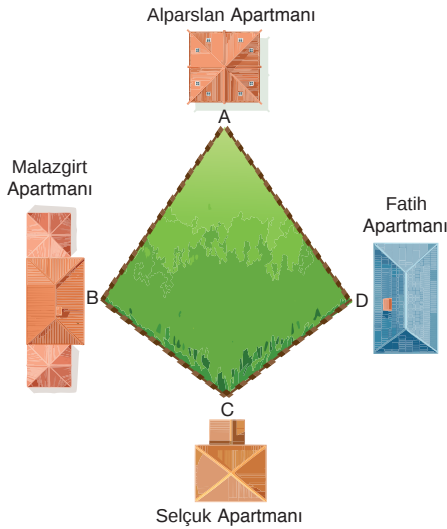
Şekil 1



Şekil 2

Katlı parçalar açıldığında elde edilen yamuklardan birinin alanı, üçgenin alanının iki katı olduğuna göre $\frac{|EK|}{|KF|}$ oranını bulunuz.

14.



Yanda verilen dörtgen biçimindeki bölgenin A, B, C ve D köşelerinde sırasıyla Alparslan Apartmanı, Malazgirt Apartmanı, Selçuk Apartmanı ve Fatih Apartmanı bulunmaktadır. $|AB| = |AD| = 51$ metre, $|CB| = |CD| = 30$ metre ve $|BD| = 48$ metredir. ABCD dörtgeni biçimindeki bölgeyi yeşillendirmek isteyen bina sakinleri bu bölgenin etrafını çitle çevirmek istemektedir.

Buna göre

- Parkın alanının kaç metrekare olduğunu bulunuz.
- Park alanının çimlendirilmesi için metrekare başına 120 TL ödeneceğine göre bu iş için toplam kaç TL ödeneceğini bulunuz.
- Parkın etrafının çitle çevrilmesi için metre başına 80 TL ödeneceğine ve dört bina, maliyeti eşit olarak bölüşeceğine göre bir binanın ödeyeceği ücreti bulunuz.

2.2. ÖZEL DÖRTGENLER ARASINDAKİ İLİŞKİLER

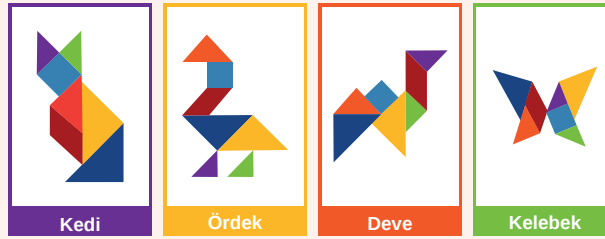
Konuya Başlarken

Kâğıt, plastik, tahta vb. malzemelerin herhangi birinden üretilebilen; 7 farklı geometrik parçanın bir araya getirilmesi ve çeşitli figürler oluşturulması esasına dayanan zekâ oyununa **tangram** denir (Görsel 2.2).



Görsel 2.2: Tangram

Parçalar kullanılarak geometrik bir şekil, insan figürü, hayvan figürü, bir harf vb. elde edilmektedir. Figür ve şekillerin oluşturulmasında parçaların hepsi veya bir kısmı kullanılabilir. Görsel 2.3'te tangram parçalarıyla oluşturulmuş bazı figürler yer almaktadır.



Görsel 2.3: Tangram Parçalarıyla Oluşturulmuş Hayvan Figürleri

Buna göre aşağıdaki sorularla ilgili fikirlerinizi öğretmeninizin rehberliğinde sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

1. Görsel 2.2'de hangi geometrik şekiller kullanılmıştır?
2. Görsel 2.2'deki geometrik şekillerin bir araya getirilmesiyle hangi özel dörtgenler oluşturulabilir?
3. Özel dörtgenler açı, kenar, köşegen ve simetri özellikleri dikkate alınarak benzer özelliklerine göre nasıl sınıflandırılabilir?

Kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve yamuk gibi özel dörtgenler; kenar uzunlukları, iç açı ölçüleri, köşegenlerinin durumları ve simetri özellikleri bakımından birbirinden ayrılırlar. Bu özellikler incelendiğinde dörtgenler arasındaki benzerlik ve farklılıklar ortaya çıkar. Örneğin kare, hem dikdörtgenin hem de eşkenar dörtgenin özelliklerini taşımaktadır. Bu tür karşılaştırmalar ve ilişkiler, dörtgenlerin sınıflandırılmasını ve daha iyi anlaşılmasını sağlamakla birlikte geometrik düşünme becerilerini de geliştirmektedir.

11. Uygulama



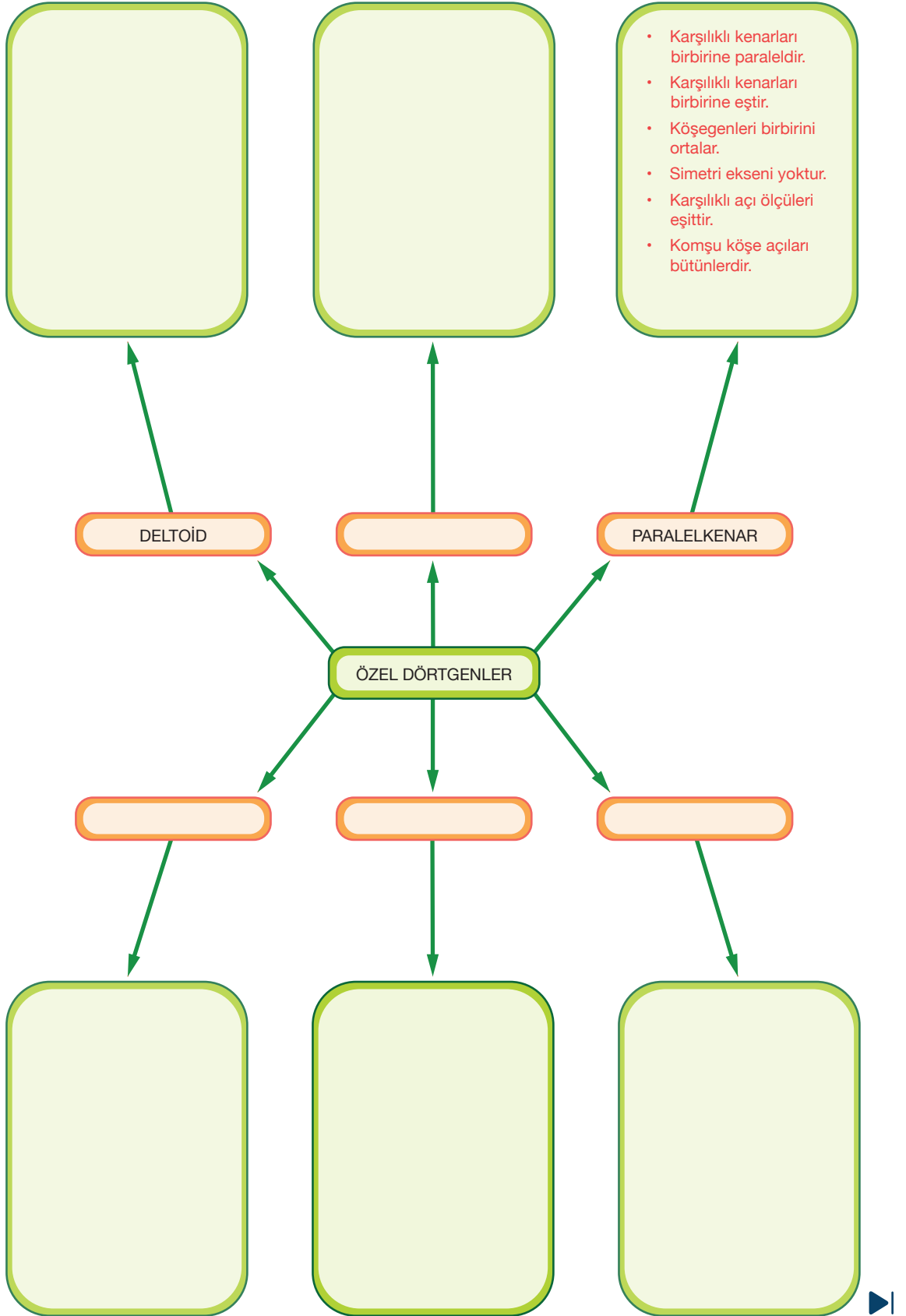
Özel Dörtgenler Arasındaki İlişkiler

Öğretmeninizin rehberliğinde uygulama basamaklarını tamamlayınız.

1. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve simetri özelliklerine ilişkin bilgilerinizi kullanarak özel dörtgenler arasındaki ilişkilere dair fikirleriniz üzerine sınıf arkadaşlarınızla saygı ve nezaket kuralları çerçevesinde tartışarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.
 - a) Karşılıklı açılarının ölçüleri eşit olan özel dörtgenler hangileridir?
 - b) Bütün açılarının ölçüleri eşit olan özel dörtgenler hangileridir?
 - c) İki kenarı paralel olan özel dörtgenler hangileridir?
 - ç) Karşılıklı kenarları paralel olan özel dörtgenler hangileridir?
 - d) Karşılıklı kenar uzunlukları eşit olan özel dörtgenler hangileridir?
 - e) Kenar uzunlukları eşit olan özel dörtgenler hangileridir?
 - f) Köşegenleri birbirini ortalayan özel dörtgenler hangileridir?
 - g) Köşegenleri birbirine dik olan özel dörtgenler hangileridir?
 - ğ) Köşegen uzunlukları eşit olan özel dörtgenler hangileridir?
 - h) Köşegenlerinden en az biri simetri ekseni olan özel dörtgenler hangileridir?
 - ı) Simetri ekseni olmayan özel dörtgenler hangileridir?
 - i) Yalnız bir köşegeni açıortay olan özel dörtgenler hangileridir?
 - j) İki köşegeni de açıortay olan özel dörtgenler hangileridir?
 - k) Köşegenleri dik kesişen ancak birbirini ortalamayan özel dörtgen hangisidir?
 - l) Deltoid ile diğer özel dörtgenler arasındaki benzerlikler ve farklılıklar nelerdir?

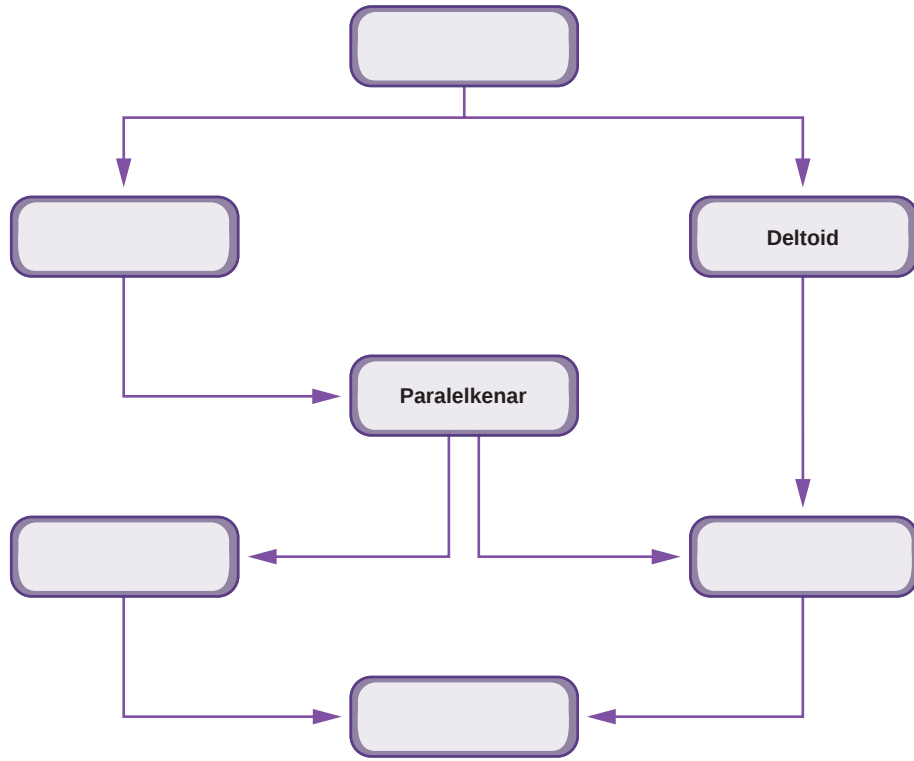


2. Özel dörtgenlerin aç, kenar, köşegen ve simetri özelliklerine ilişkin bilgilerinizi kullanarak aşağıdaki kavram haritasında boş bırakılan yerleri örnekteki gibi doldurunuz.



3. Sınıf arkadaşlarınızla ulaştığınız sonuçlardan yola çıkarak özel dörtgenler arasında elde ettiğiniz ilişkileri örneklerdeki gibi yazınız.
- Eşkenar dörtgen, karşılıklı açılarının ölçüleri birbirine eşit olan bir deltoiddir.
 - Eşkenar dörtgen, tüm kenar uzunlukları birbirine eşit olan bir paralelkenardır.

4. a) Aşağıda özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen, simetri özelliklerine göre genelden özele olacak şekilde oluşturulmuş şema verilmiştir. Şemada boş bırakılan yerleri örnekteki gibi doldurunuz.



- b) Siz de dijital ortamda kendi tasarımınızı oluşturarak sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.
- c) Dörtgenleri sınıflandırırken hiyerarşik yapıya uygun olmayan dörtgenlerin olup olmadığı üzerine sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

10. Örnek

Aşağıda dörtgenlere ait bazı özellikler verilmiştir.

- I. Her kare aynı zamanda bir deltoiddir.
- II. Kare, dörtgenlerin en genel hâlidir.
- III. Her eşkenar dörtgen aynı zamanda bir yamuktur.
- IV. Eşkenar dörtgenin tüm açı ölçüleri birbirinden farklıdır.
- V. Yamuğun iki kenar uzunluğu birbirine eşit olabilir.
- VI. Bir dikdörtgenin köşegenleri her zaman açıortaydır.

Bu ifadelerden hangilerinin doğru olduğunu bulunuz.

Çözüm

I, III ve V. doğrudur.

Sıra Sizde 10

Aşağıda verilen ifadeleri yanlarında bulunan numaralandırılmış özel dörtgenlerden uygun olanlar ile eşleştiriniz.

İfadeler

Özel Dörtgenler

a) Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgen

I. Paralelkenar

b) Köşegenleri birbirini dik ortalayan dörtgen

II. Deltoid

c) Kenar uzunlukları birbirine eşit olan fakat köşegen uzunlukları birbirine eşit olmayan dörtgen

III. Kare

ç) Karşılıklı kenar uzunlukları eşit ve köşegenleri birbirini ortalayan dörtgen

IV. Yamuk

d) Dikdörtgenin kenar özelliklerini taşıyan ancak iç açı ölçüleri 90° olmayan dörtgen

V. Eşkenar dörtgen

VI. Dikdörtgen

Konu ile ilgili etkileşimli içeriğe yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.



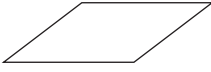
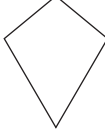
Alıştırmalar

1. Aşağıdaki tabloda verilen özel dörtgenlerle ilgili soruları cevaplayınız.

Yamuk	Deltoid	Paralelkenar	İkizkenar yamuk
Dikdörtgen	Eşkenar dörtgen	Kare	Dik yamuk

- Karşılıklı kenarları paralel olan özel dörtgenleri bulunuz.
- Tüm açı ölçüleri eşit olan özel dörtgenleri bulunuz.
- Karşılıklı açı ölçüleri eşit olan özel dörtgenleri bulunuz.
- Tüm kenar uzunlukları eşit olan özel dörtgenleri bulunuz.
- Karşılıklı kenar uzunlukları eşit olan özel dörtgenleri bulunuz.
- Köşegen uzunlukları eşit olan özel dörtgenleri bulunuz.
- Köşegenlerinden en az biri açıortay olan özel dörtgenleri bulunuz.
- Köşegenlerinden en az biri simetri eksenini olan özel dörtgenleri bulunuz.

2. Ali, Burhan, Can ve Deniz kendi aralarında bir oyun oynayacaktır. Özel dörtgenlerle ilgili soruların olduğu kartlar bir torbaya konulacaktır. Oyuncuların her biri bir kart seçecek ve sorulara verecekleri cevaplara göre puan alacaklardır. Ali ve Deniz 1. grup, Burhan ve Can 2. grup olarak belirlenmiştir. Ali, yamuk özelliklerini sağlayan geometrik şekillerin isimlerini yazacaktır. Burhan, paralelkenar özelliklerini sağlayan geometrik şekillerin isimlerini yazacaktır. Can, deltoid özelliklerini sağlayan geometrik şekillerin isimlerini yazacaktır. Deniz, eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin özelliklerini birlikte sağlayan geometrik şekillerin isimlerini yazacaktır.

	Kare 5 puan
	Dikdörtgen 4 puan
	Eşkenar dörtgen 3 puan
	Paralelkenar 2 puan
	Deltoid 1 puan

Yazılacak her dörtgen için alınacak puanlar yukarıda verilmiştir.

Oyuncular, kendi şartlarını sağlayan tüm olası geometrik şekilleri eksiksiz bir şekilde listelediklerine göre, grupların aldığı toplam puanları hesaplayınız

Ek soruların yer aldığı 4. Değerlendirme Soruları'na yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.
(İçerik: Dörtgenlerde kenar, köşegen, simetri ve alan)

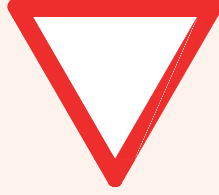


2.3. ÇOKGENLERİN SINIFLANDIRILMASI

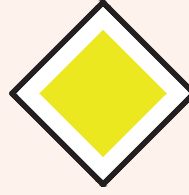
Konuya Başlarken

Trafik işaret ve levhaları genel anlamda hayati bir öneme sahiptir. Trafikte hem insanların hem de araçların nasıl bir uyum ve düzen içerisinde olmaları; nerede, nasıl hareket etmeleri gerektiğini trafik işaret ve levhaları belirler.

Aşağıdaki görsellerde bazı trafik levhaları verilmiştir.



Yol Ver



Ana yol



Dur



İleri Mecburi Yön

(Genel ağdan alınmıştır.)

Buna göre aşağıdaki sorularla ilgili fikirlerinizi öğretmeninizin rehberliğinde sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

1. Yukarıdaki levhalarda kullanılan çokgenlerde kenar sayılarına göre hangi geometrik şekiller kullanılmıştır?
2. Verilen geometrik şekillerden hangisi diğerlerinden farklı bir özelliğe sahiptir?
3. Yukarıdaki levhalarda kullanılan geometrik şekillerin iç açı ölçüleri ve varsa köşegenleri incelenerek bir gruplandırma yapılabilir mi?

Çokgenler, üç ya da daha fazla doğru parçasının doğrusal olmayacak bir şekilde uç uca eklenmesiyle oluşan ve yalnızca bir bölgeyi çevreleyen iki boyutlu kapalı geometrik şekillerdir. Günlük hayatta sıkça gördüğümüz trafik levhalarında, evlerimizdeki halı ve kilimlerde kullanılan desenlerde, inşaat sektöründe, mimaride ve sanatın birçok dalında çokgenleri görmek mümkündür.

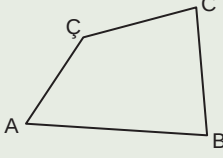
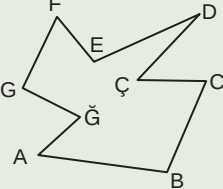
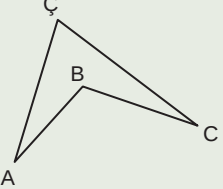
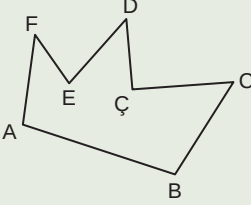
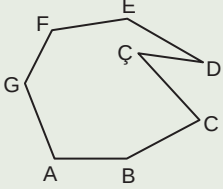
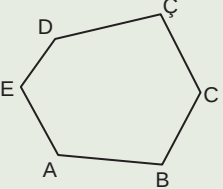
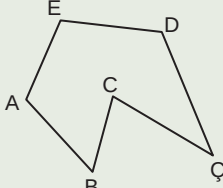
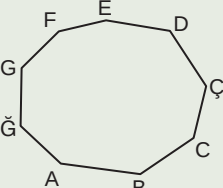
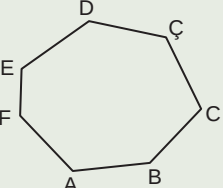
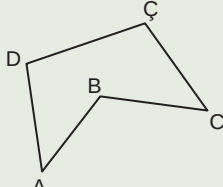
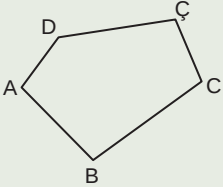
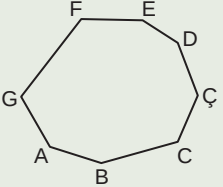
12. Uygulama



Çokgenlerin Sınıflandırılması

Aşağıda istenenleri gerçekleştirerek soruları yanıtlayınız.

1. Aşağıdaki tabloda verilen çokgenleri inceleyiniz. Öğretmeninizin rehberliğinde oluşturulan 4–6 kişilik gruplarda, öz güven ve sorumluluk bilinciyle üzerinize düşen görevleri yerine getiriniz ve aşağıdaki adımları uygulayınız.

 1	 2	 3
 4	 5	 6
 7	 8	 9
 10	 11	 12

- Verilen çokgenleri karşılaştırınız. Görünümleri üzerine düşünerek farklı olduğunu düşündüğünüz çokgenleri gruplandırınız.
- Her gruptan bir temsilci belirleyerek çokgenlerle ilgili yaptığınız gruplandırmayı diğer gruplarla paylaşınız.
- Çokgenlerin sınıflandırılmalarını sağlayacak ölçütleri belirleyerek sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.
- 2, 3, 4, 5, 7 ve 10 numaralı şekillerin diğer şekillerden farklı görünme sebebinin, çokgenlerin iç açı ölçüleriyle ilişkili olup olmadığı üzerine sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.
- Belirlediğiniz bir şeklin iç bölgesinden herhangi iki nokta seçiniz. Bu iki noktanın birleştirilmesiyle oluşan doğru parçasının tamamı, her zaman seçtiğiniz şeklin iç bölgesinde kalır mı? Cevaplarınızı gerekçeleriyle birlikte ifade ederek görüşlerinizi sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.



2. Verilen çokgenlerden herhangi bir iç açısının ölçüsü 180° den büyük olan çokgenler ile her bir iç açısının ölçüsü 180° den küçük olan çokgenleri birbirinden ayırıştırarak bu çokgenleri sırasıyla içbükey ve dışbükey çokgenler olacak şekilde tasnif ediniz. Bu işlemleri yaparken açıölçer (iletke) kullanabilirsiniz.
3. 1 ve 2. maddede oluşturduğunuz gruplandırmalardan yararlanarak aşağıdaki tabloyu örneklerdeki gibi doldurunuz.

Çokgen	İsimlendirilmesi	Çokgen	İsimlendirilmesi
	İçbükey dokuzgen		
			Dışbükey yedigen

Çokgenlerde içbükey veya dışbükey kavramını içeren Çalışma Kağıdı'na yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.



Geometrik süsleme sanatı, taşıdığı anlamlarla geçmişten bugüne birçok mimari eserde yerini almıştır. Özellikle Anadolu Selçuklu Dönemi'nde pek çok eserde karşımıza çıkan geometrik motifler daha sonra Osmanlı Dönemi'nde bir süsleme sanatı hâline gelmiştir. Çevremizdeki mimari eserlerin çoğunda bu şekillere sıkça rastlamaktayız.

Geçmişten bugüne birçok nesne ve yapıda karşımıza çıkan süslemeler desen, figür, bitkisel ve geometrik motiflerle oluşturulmuştur. Türk tarihinde geometrik kavramların "süsleme" unsuru olarak kullanılmasına İslam öncesi dönemlerde başlanmış ancak bu tarz süslemelere Selçuklu Dönemi eserlerinde daha çok yer verilmiştir. Geometrik şekillerdeki geleneksel Türk motifleri camilerdeki çini, mihrap, minber ve kapı süslemelerinde sıkça kullanılmaktadır.

Türk halı ve dokuma sanatı kültürümüzün önemli temel unsurları içerisinde yer almaktadır. Birtakım nesnelere benzetilmelerinden hareketle ortaya çıkan bu şekillerde duygu, hayal ve düşünce gibi soyut kavramların ifadesinin halı ve dokumacılık sanatındaki yansımalarını net bir şekilde görebilmekteyiz. Halı ve dokumalardaki her figür, şekil ve motif aslında yüzyıllar öncesine dayanan bir inanışın ürünüdür. Bu nedenle halı, kilim veya mezar taşlarındaki herhangi bir motif; bir sanat eseri olmaktan ziyade bir duyguyu, davranışı, düşünceyi ve kısaca bir toplumun tarihini yansıtan bir belge niteliği taşır.

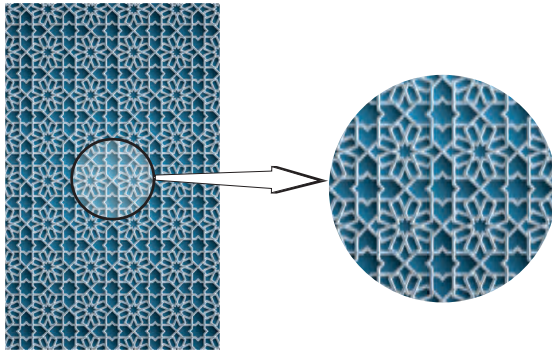
Aşağıda Türk-İslam kültürüne ve farklı kültürlere ait görseller yer almaktadır.



Görsel 2.4: Anadolu'da kullanılan bir halı modeli



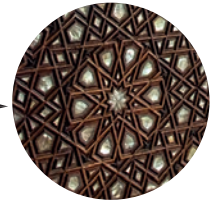
Görsel 2.5: Çin halısı modeli çizimi



Görsel 2.6: Selçuklu mimarisindeki tekrar eden desenlerden oluşan süslemeler



Görsel 2.7: Mihrimah Sultan Camii batı giriş kapısı



Konu ile ilgili etkileşimli içeriğe yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.



Alıştırmalar

1. Aşağıda bir evin duvarını kaplayan duvar kâğıdının görseli verilmiştir.



Buna göre

- a) Görseldeki duvar kâğıdında tek renkten oluşan şekiller kenar sayılarına göre sınıflandırıldığında kaç çeşit çokgen elde edileceğini bulunuz.
- b) Görseldeki duvar kâğıdında tek renkten oluşan çokgenleri, kenar sayılarına ve içbükey–dışbükey olma durumlarına göre sınıflandırarak kaç farklı çokgen elde edilebileceğini bulunuz. Bulduğunuz çokgenleri isimlendiriniz.
2. Aşağıda birer özelliği verilen çokgenlerin içbükey mi dışbükey mi olduğunu tablodaki ilgili kutucuklara işaretleyerek belirleyiniz.

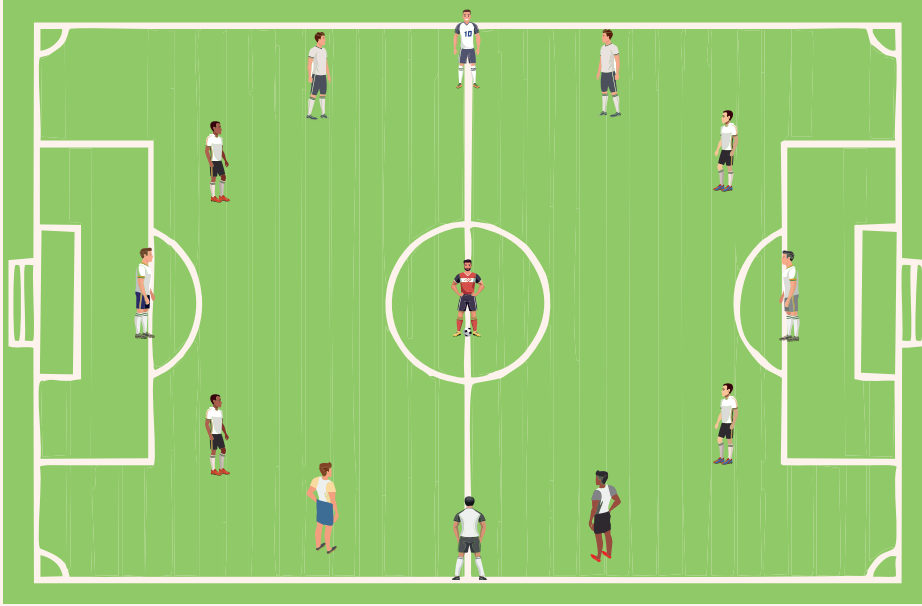
Çokgen	Özellik	İçbükey	Dışbükey
I	Tüm iç açılarının ölçüleri 180° den küçüktür.		
II	Köşegenleri çizildiğinde bu köşegenlerden en az biri çokgenin dış bölgesine taşar.		
III	İç bölgesinde alınan iki nokta arasındaki doğru parçası her zaman çokgenin iç bölgesinde kalır.		

2.4. DIŞBÜKEY ÇOKGENLERİN ÖZELLİKLERİ

Konuya Başlarken

10. yüzyılda yaşayan Farabi, Türk İslam dünyasının en önemli filozoflarından ve bilim insanlarından biridir. Matematik, mantık, müzik ve özellikle geometri alanında kapsamlı incelemeler yapmıştır. Farabi dışbükey dörtgen, beşgen ve çokgenleri sistemli biçimde inceleyerek bu şekilleri daha basit parçalara ayırıp açılarını, alanlarını ve köşegenlerini analiz etmeye yönelik yenilikçi yöntemler geliştirmiştir. Bu yaklaşımıyla çokgenlerin merkezden üçgenlere bölünmesi, iç ve dış açılarının ölçülerinin sistematik olarak hesaplanması gibi yöntemlerin temelini atmıştır. Farabi'nin bu analitik yaklaşımı, günümüzdeki geometrik düşüncenin yapı taşlarından biri olmuştur.

Örneğin bir futbol antrenmanında pas becerileri ve konumlanma farkındalıklarının geliştirilmesi amacıyla 12 futbolcu, teknik direktörün etrafında ve ona eşit uzaklıkta olacak şekilde konumlandırılabilir. Bu düzen, tıpkı Farabi'nin incelediği çokgenlerde olduğu gibi oyuncuların belirli açı ve mesafelerle yerleşmesini sağlayarak antrenmanın verimini artıracaktır.



Bu amaçla aşağıda iki farklı antrenman örneği verilmiştir.

Yukarıdaki görseli inceleyerek antrenmanlarla ilgili soruların cevaplarını arkadaşlarınızla paylaşınız.

Antrenman I: Teknik direktör, herhangi bir futbolcudan başlayarak sırasıyla her bir futbolcuyla paslaşacaktır.

1. Teknik direktörün, futbolcu sayısına bağlı olarak en fazla kaç farklı futbolcuya pas atabileceğini bulunuz.
2. Ardışık iki futbolcu arasındaki uzaklığın aynı olması durumunda teknik direktörün ardışık iki futbolcunun birinden aldığı pası diğer futbolcuya atabilmesi için yönünü kaç derece değiştirmesi gerektiğini bulunuz.

Antrenman II: Her futbolcu, her iki yanındaki futbolcular haricindeki diğer futbolcularla pas çalışması yapacaktır.

1. **Herhangi bir futbolcunun, futbolcu sayısına bağlı olarak en fazla kaç farklı futbolcu-ya pas atabileceğini bulunuz.**
2. **Futbolcu sayısı değiştikçe bir futbolcunun diğer futbolculara attığı pas sayısının nasıl değişeceğini bulunuz.**

Kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özellikleriyle dışbükey çokgenler; doğada ve insan yapımı tasarımlarda stratejik bir rol oynar. Mimaride ve mühendislikte en verimli alanların oluşturulmasında kullanılan dışbükey çokgenler, aynı zamanda süsleme sanatlarında estetik ve düzeni sağlayan simetri özellikleriyle de öne çıkar. Dışbükey çokgenler içinde özel bir yere sahip olan düzgün çokgenler ise eşit kenar uzunlukları ve açı ölçüleriyle mimariye ve tasarıma hem dayanıklılık hem de görsel bir ahenk katar. Bu çokgenlerin alan özelliklerinin anlaşılması, verimli ve estetik çözümler üretmenin anahtarıdır.

13. Uygulama

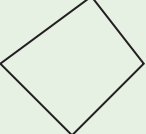
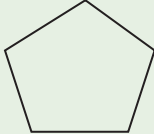
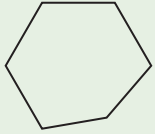
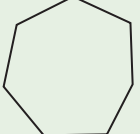


Dışbükey Çokgenlerin Köşegen ve Açı Özellikleri

Aşağıda verilen işlem basamaklarını takip ederek uygulamayı tamamlayınız.

1. Dışbükey çokgenlerin bir köşesinden en fazla kaç köşegen çizilebileceğine ve bir köşesinden çizilen köşegenlerle çokgenin kaç üçgene ayrılabilceğine dair varsayımlarınızı yazınız.
2. Tablo 1’de verilen çokgenlerin bir köşesinden çizilebilecek en fazla köşegen sayısı ve bu köşegenlerle çokgenlerin içinde oluşabilecek üçgen sayılarını bularak tablodaki ilgili yerlere yazınız.

Tablo 1

Kenar sayısı	3	4	5	6	7
Çokgen					
Bir köşesinden çizilebilecek en fazla köşegen sayısı					
Çizilen köşegenlerle oluşan üçgen sayısı					





3. Tablo 1’den elde edeceğiniz örüntüler yardımıyla kenar sayısı verilen bir çokgenin bir köşesinden en fazla kaç tane köşegen çizilebileceği ve bu köşegenlerle çokgenin içinde kaç tane üçgen oluşabileceğine yönelik genellenenizi sınıf arkadaşlarınızla saygı ve nezaket kuralları çerçevesinde tartışarak ifade ediniz.
4. Kenar sayısı verilen bir çokgenin bir köşesinden kaç tane köşegen çizilebileceği ve bu köşegenlerle çokgenin içinde en fazla kaç tane üçgen oluşabileceğine yönelik genellenenizi varsayımlarınızla karşılaştırarak önermelerinizi yazınız.
5. Elde ettiğiniz önermeleri aşağıdaki gerçek yaşam durumu probleminde uygulayınız ve kullanışlılık açısından değerlendiriniz.



Zeynep arkadaşlarıyla birlikte yukarıdaki ongen biçimindeki pastayı yapmıştır. Zeynep herhangi bir köşesinden pastayı doğrusal bir biçimde kesmek istiyor.

Buna göre

- a) Pastanın belirli bir köşesinden diğer köşelere doğrusal olarak en fazla kaç farklı kesim yapılabilir?
- b) Pastanın belirli bir köşesinden diğer köşelere doğrusal olarak yapılan kesimler pastayı en fazla kaç üçgensel bölgeye ayırır?
- c) b maddesine göre elde ettiğiniz parça sayısı ve üçgende açı özellikleri kullanılarak ongen biçimindeki pastanın iç açı ölçüleri toplamına ulaşıp ulaşılamayacağını tartışınız.
- ç) Ongen biçimindeki pastanın dış açıları ölçüleri toplamı ile ilgili çıkarımlarınızı yazınız. Pastanın kenar sayısının değişmesinin dış açı ölçüleri toplamını değiştirip değiştirmeyeceğini tartışınız.

11. Örnek

n kenarlı bir çokgen için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Çokgenin herhangi bir köşesinden çizilebilecek en fazla köşegen sayısını ve çizilen köşegenlerle oluşacak üçgen sayısını bulunuz.
2. Çokgenin iç açı ölçüleri toplamını kenar sayısına bağlı olarak ifade ediniz.
3. Çokgenin dış açı ölçüleri toplamını bulunuz.

Çözüm

1. Bir çokgenin bir köşesinden çizilen en fazla köşegen sayısını, kenar sayısının üç eksiği ve çizilen köşegenlerle oluşan üçgen sayısı, kenar sayısının iki eksiğidir. Bu durumda n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegen sayısı $(n - 3)$ tür. Çizilen köşegenlerle oluşan üçgen sayısı $(n - 2)$ dir.
2. Çokgenin iç açı ölçüleri toplamı, üçgenin iç açı ölçüleri toplamı ve oluşan üçgen sayısının çarpılmasıyla bulunur. Bu durumda n kenarlı bir çokgenin iç açı ölçüleri toplamı $(n - 2) \cdot 180^\circ$ olarak bulunur.
3. Çokgenin her bir köşeye ait iç ve dış açı ölçüleri toplamı 180° ve n köşesindeki açılar ölçüleri toplamı $n \cdot 180^\circ$ dir.
Dış açı ölçüleri toplamı $n \cdot 180^\circ - (n - 2) \cdot 180^\circ = 180^\circ \cdot n - 180^\circ \cdot n + 360^\circ$ olarak bulunur. Bu durumda dış açı ölçüleri toplamı kenar sayısından bağımsız olarak 360° dir.

Sıra Sizde 11

Yeni nesil sürücüsüz bir araba, belirli bir kod girilerek test sürüşüne çıkarılıyor. Bu koda göre aracın nasıl hareket edeceği aşağıda belirtilmiştir.

- Araç bulunduğu konumdan doğrusal olarak hareket edecek ve eşit uzaklıktaki durak noktalarına ilerleyecektir.
- Araç her durak noktasına ulaştığında direksiyonu bir önceki izlediği yol ile 115° lik bir açı oluşturacak şekilde sürekli aynı yöne döndürülecektir.

Bir süre boyunca belirtilen kurallara uygun şekilde ilerleyen aracın bir noktada kalibrasyonu bozulduğu için bu noktadan sonra aldığı son iki yolun oluşturduğu açılar ölçüleri sırasıyla 105° , 110° ve 115° olarak ölçülüyor. Araç, yolculuğunu başladığı noktada tamamladığında izlediği yol dışbükey bir çokgen oluşturmaktadır.

Buna göre aracın başlangıçtan itibaren ulaştığı toplam durak sayısını bulunuz.

Konu ile ilgili etkileşimli içeriğe yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.



Tüm kenar uzunlukları ve tüm iç açılarının ölçüleri eşit olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir. Bir düzgün çokgenin iç açılarının ölçüleri birbirine eşit olduğundan dış açılarının ölçüleri de birbirine eşittir.

Matematik Tarihinden Notlar

Ebu Sehl Kuhi ve Düzgün Çokgenlerin Çizimi Üzerine Çalışmaları



Görsel 2.8: Ebu Sehl Kuhi
(Temsili)

Ebu Sehl Kuhi, 10. yüzyılda yaşamış önemli bir İslam matematikçisidir (Görsel 2.8). Özellikle geometri alanındaki çalışmalarıyla tanınır. Antik Yunan matematikçileri Öklid ve Apollonius'un eserlerinden esinlenerek düzgün çokgenlerin cetvel ve pergel ile çizimine dair yenilikçi yöntemler geliştirmiştir.

Kuhi, yalnızca temel çokgenlerle değil, daha fazla kenarlı ve karmaşık çokgenlerin çizimiyle de ilgilenmiştir. Öklid'in "Elementler" adlı eserindeki klasik yöntemleri geliştirerek, belirli açı ölçüleri ve uzunluklar kullanılarak çokgen çizimi için alternatif yollar önermiştir. Özellikle yedigen ve dokuzgen gibi düzgün çokgenlerin yaklaşık çizimine yönelik çalışmaları dikkat çekicidir.

Kuhi yalnızca matematik alanında değil astronomi ve mühendislik gibi alanlarda da çalışmalar yapmıştır. Küresel geometriye duyduğu ilgi sayesinde, küresel yüzeyler üzerinde çokgen çizimi konusunda da önemli çalışmalar yapmıştır.

Araştırma Ödevi

Aşağıdaki görevleri gerçekleştirerek araştırma ödevini öğretmeninizin belirlediği süre içinde eksiksiz olarak tamamlayınız.

- Düzgün çokgenlerin (örneğin düzgün altıgen, düzgün sekizgen) Türk-İslam mimarisindeki kullanım alanlarını, estetik, matematiksel ve işlevsel katkılarını araştırınız.
- Araştırmanızda örnek olarak bazı Türk-İslam eserlerini seçiniz. Örneğin Selimiye Camii (Edirne), Karatay Medresesi (Konya), Divriği Ulu Camii (Sivas), Bursa Yeşil Türbe ve Süleymaniye Camii (İstanbul).
- Seçtiğiniz eserlerde hangi düzgün çokgenlerin (örneğin düzgün beşgen, düzgün altıgen, düzgün sekizgen) kullanıldığını ve bu çokgenlerin mimaride nasıl ve neden tercih edildiğini araştırınız.
- Elde ettiğiniz bilgileri görsellerle (fotoğraf, çizim, geometrik şema vb.) destekleyiniz.
- Çalışmanızın tüm aşamalarını düzenli, anlaşılır ve doğru matematiksel açıklamalar içeren bir rapor hâline getirip sınıf arkadaşlarınıza sununuz.
- Çalışmanız öğretmeniniz tarafından analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilecektir.

Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı'na yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.



14. Uygulama

Düzgün Çokgenlerin Bir İç ve Bir Dış Açısının Ölçüsünü Bulma

Aşağıda verilen işlem basamaklarını takip ederek uygulamayı tamamlayınız.

1. Aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri örnekteki gibi doldurunuz.

Çokgen	İç Açı Ölçüleri Toplamı	Dış Açı Ölçüleri Toplamı	Bir İç Açısının Ölçüsü	Bir Dış Açısının Ölçüsü
Düzgün Beşgen	$3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$	360°	$\frac{3 \cdot 180^\circ}{5} = 108^\circ$	$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$
Düzgün Altıgen				
Düzgün Sekizgen				
Düzgün Dokuzgen				
Düzgün Onikigen				
Düzgün Onbeşgen				

2. Tablodan elde ettiğiniz bilgiler ve düzgün çokgenin tanımından yola çıkarak n kenarlı bir düzgün çokgenin bir iç ve bir dış açı ölçüsünü veren bağıntıları kenar sayısına bağlı olarak yazınız.

3. 2. maddede yazdığınız bağıntılar yardımıyla aşağıdaki soruyu çözünüz.

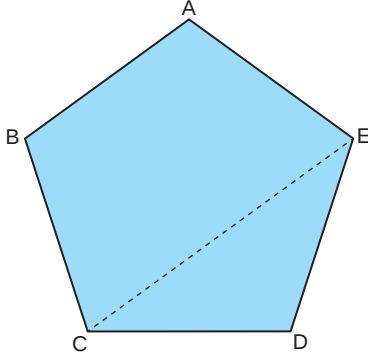


Yandaki şekilde birer kenarları ortak olan turuncu renkli düzgün beşgen ile siyah renkli kare yan yana getirilerek yeni bir düzgün çokgen elde ediliyor.

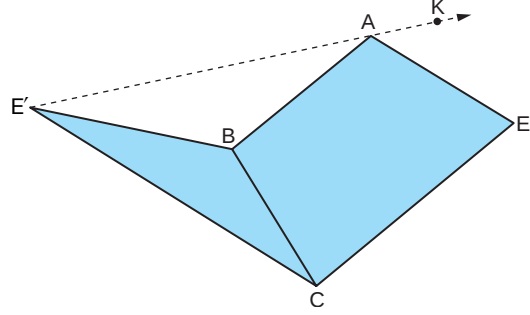
Buna göre oluşan düzgün çokgenin kenar sayısını bulunuz.

12. Örnek

Şekil 1'deki ABCDE düzgün beşgeni CE köşegeni boyunca kesiliyor, oluşan şekillerden CDE üçgeninin CD kenarı ile ABCE dörtgeninin BC kenarı üst üste gelecek şekilde yapıştirilılarak Şekil 2 elde ediliyor.



Şekil 1



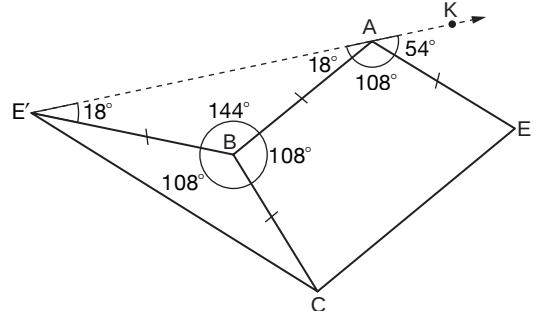
Şekil 2

Buna göre E', A ve K noktaları doğrusal olmak üzere $m(\widehat{EAK})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

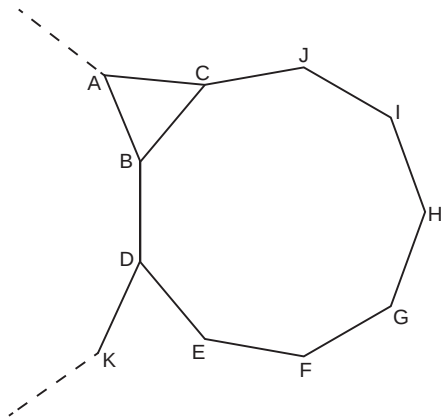
Çözüm

ABCDE düzgün beşgen olduğundan CE'B üçgeninde $|BC| = |BE'|$ ve ABE' üçgeninde $|BE'| = |AB|$ ve $m(\widehat{CBE'}) = m(\widehat{ABC}) = 108^\circ$ dir. $m(\widehat{ABE'}) = 144^\circ$ olur. ABE' üçgeni ikizkenar üçgen olduğundan $m(\widehat{BE'A}) = m(\widehat{BAE'}) = 18^\circ$ dir. $m(\widehat{BAE}) = 108^\circ$ olur.

E', A ve K noktaları doğrusal olduğundan $m(\widehat{EAK}) = 54^\circ$ olarak bulunur.



Sıra Sizde 12



Yandaki şekilde birer kenarı ortak olan düzgün dokuzgen ve bir kısmı görünen düzgün onbeşgen verilmiştir.

Buna göre $m(\widehat{BAC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

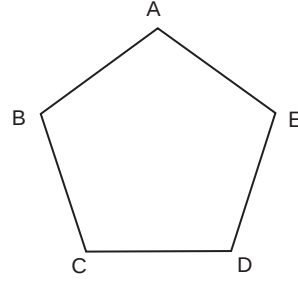
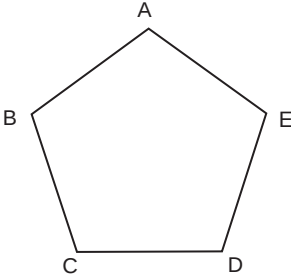


15. Uygulama

Düzgün Çokgenlerin Köşegen ve Simetri Özellikleri

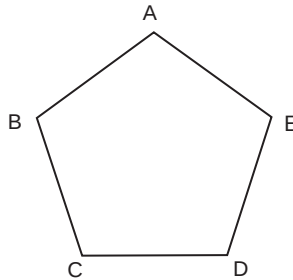
Aşağıda verilen işlem basamaklarını takip ederek uygulamayı tamamlayınız.

1. Kenar sayısı tek sayı olan düzgün çokgenler ile kenar sayısı çift sayı olan düzgün çokgenlerin köşegen ve simetri özelliklerine dair varsayımlarınızı yazınız.
2. Aşağıdaki düzgün beşgenler için farklı birer köşe belirleyiniz ve bu köşelere ait köşegenleri çiziniz.

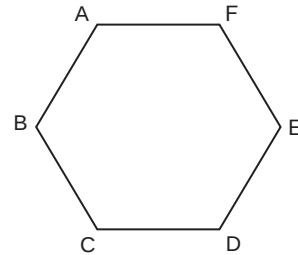
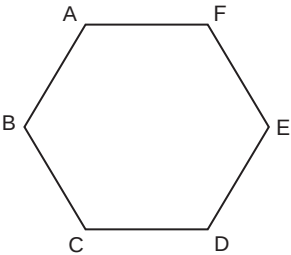


Buna göre

- a) Oluşan her bir üçgenin iç açı ölçülerini hesaplayınız.
- b) Oluşan üçgenlerden eş üçgen olanları bulunuz.
- c) Düzgün beşgenin kaç farklı uzunlukta köşegeni olduğunu bulunuz.
- ç) Aşağıda verilen düzgün beşgenin her bir köşesine ait iç açıortayları çizerek, bu açıortayların simetri ekseni olup olmadığını ve bir noktada kesişip kesişmediğini belirleyiniz.



3. Aşağıdaki düzgün altıgenler için farklı birer köşe belirleyiniz ve bu köşelere ait köşegenleri çiziniz.



Buna göre

- a) Oluşan her bir üçgenin iç açı ölçülerini hesaplayınız.



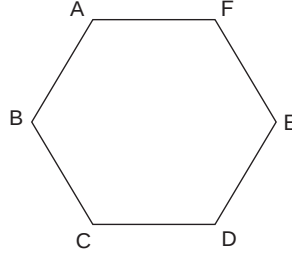


b) Oluşan üçgenlerden eş üçgen olanları bulunuz.

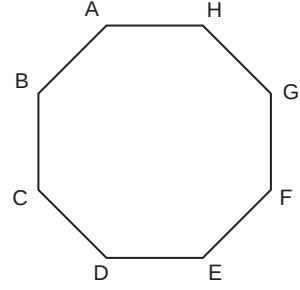
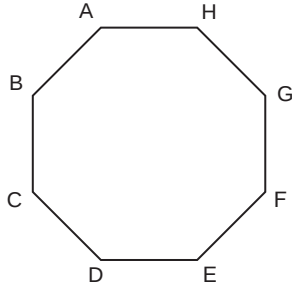
c) Düzgün altıgenin kaç farklı uzunlukta köşegeni olduğunu bulunuz.

ç) Düzgün altıgenin köşegen uzunluklarını düzgün altıgenin bir kenar uzunluğu cinsinden ifade ediniz.

d) Aşağıda verilen düzgün altıgenin her bir köşesine ait iç açıortayları çizin, bu açıortayların simetri eksenini olup olmadığını ve bir noktada kesişip kesişmediğini belirleyiniz.



4. Aşağıdaki düzgün sekizgenler için farklı birer köşe belirleyiniz ve bu köşelere ait köşegenleri çizin.



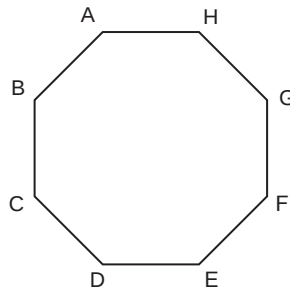
Buna göre

a) Oluşan her bir üçgenin iç açı ölçülerini hesaplayınız.

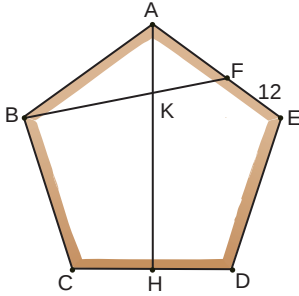
b) Oluşan üçgenlerden eş üçgen olanları belirleyerek yazınız.

c) Düzgün sekizgenin kaç farklı uzunlukta köşegeni olduğunu belirleyerek yazınız.

ç) Aşağıda verilen düzgün sekizgenin her bir köşesine ait iç açıortayları çizin, bu iç açıortayların simetri eksenini olup olmadığını ve bir noktada kesişip kesişmediğini belirleyiniz.



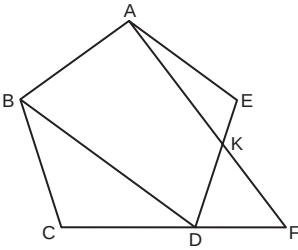
5. Kenar sayısı tek sayı olan düzgün çokgenler ile kenar sayısı çift sayı olan düzgün çokgenlerin köşegen ve simetri özellikleri ile ilgili örüntülere dair genellemelerinizi yazınız.
6. Kenar sayısı tek sayı olan düzgün çokgenler ile kenar sayısı çift sayı olan düzgün çokgenlerin köşegen ve simetri özelliklerine yönelik genellemenizi varsayımlarınızla karşılaştırarak önermelerinizi yazınız.
7. Elde ettiğiniz önermeleri aşağıdaki gerçek yaşam durumu probleminde uygulayınız ve kullanışlılık açısından değerlendiriniz.



Yandaki şekilde A, B, C, D ve E köşeleri ile F ve H noktalarında çivi bulunan ABCDE düzgün beşgen şeklinde bir tahta çerçeve verilmiştir. $H \in [CD]$, $F \in [AE]$ olmak üzere A noktasından H noktasına ve B noktasından F noktasına gergin bir ip çekilerek sabitleniyor. $[BF] \cap [AH] = \{K\}$ ve $[AH]$ tahta çerçeveyi iki eş parçaya ayırıyor. $|FE| = 12$ cm ve $2 \cdot |BK| = 3 \cdot |KF|$ olarak veriliyor.

Buna göre ABCDE düzgün beşgeni şeklindeki tahtayı çevreleyen ipin uzunluğunun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

13. Örnek

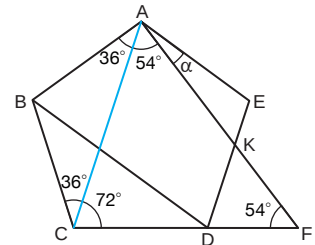


Yandaki ABCDE düzgün beşgeninde $|BD| = |CF|$; $K \in [DE]$; C, D, F ve A, K, F noktaları doğrusal olarak veriliyor.

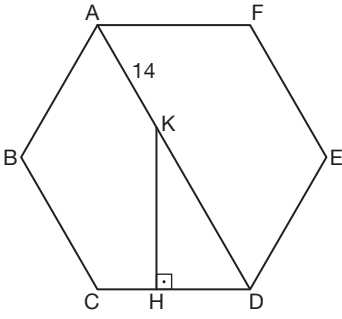
Buna göre $m(\widehat{EAF})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

Çözüm

$m(\widehat{EAF}) = \alpha$ olsun. Düzgün beşgenin bütün köşegen uzunlukları eşit olduğundan $[AC]$ çizildiğinde $|AC| = |CF|$ olacak şekilde ACF ikizkenar üçgeni elde edilir. Düzgün beşgenin bir iç açısının ölçüsü 108° olduğundan $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BCA}) = 36^\circ$ ve $m(\widehat{ACD}) = 72^\circ$ olur. Buradan ACF ikizkenar üçgeninde $m(\widehat{CAF}) = m(\widehat{AFC}) = 54^\circ$ olacaktır. Buradan $36^\circ + 54^\circ + \alpha = 108^\circ \Rightarrow \alpha = 18^\circ$ olarak bulunur.



14. Örnek



Şekilde ABCDEF düzgün altıgen, $[KH] \perp [CD]$, $K \in [AD]$, $H \in [CD]$ ve $|AK| = 14$ birim olarak veriliyor.

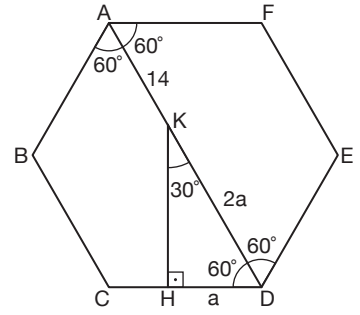
Buna göre $|CH|$ nun kaç birim olduğunu bulunuz.

Çözüm

$[AD]$ simetri eksenini olduğundan bulunduğu köşelerdeki açılar ölçüleri 60° olur. KDH üçgeni $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgenidir. $|HD| = a$ birim olsun. Bu durumda $|KD| = 2a$ birim olur. Düzgün altıgende en uzun köşegen uzunluğu bir kenar uzunluğunun iki katı olduğundan

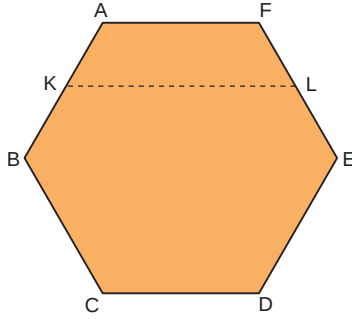
$$|AD| = 2 \cdot |CD| \Rightarrow 2a + 14 = 2a + 2 \cdot |CH|$$

$$\Rightarrow |CH| = 7 \text{ birim olarak bulunur.}$$

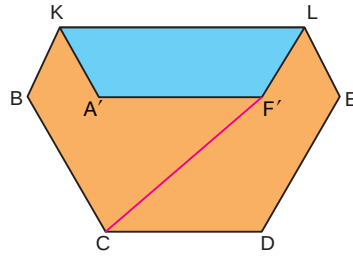


Sıra Sizde 13

Şekil 1'deki ön yüzü turuncu arka yüzü mavi olan ABCDEF düzgün altıgen biçimindeki kâğıt $[KL]$ boyunca katlandığında Şekil 2'deki gibi A noktası A' , F noktası F' noktası ile çakışmaktadır.



Şekil 1



Şekil 2

K ve L noktaları sırasıyla AB ve FE kenarlarının orta noktaları ve $|CF'| = 3\sqrt{7}$ birim olduğuna göre Şekil 1'deki kâğıdın çevre uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.

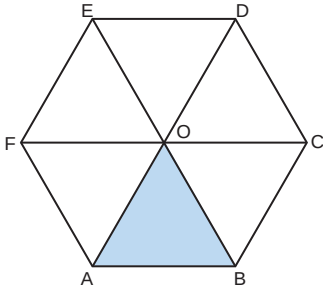
16. Uygulama



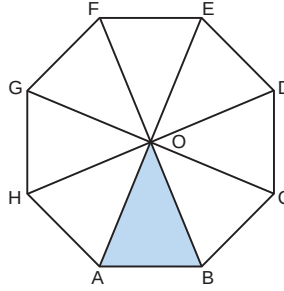
Düzgün Çokgenlerde Alan Hesabı

Aşağıda verilen işlem basamaklarını takip ederek uygulamayı tamamlayınız.

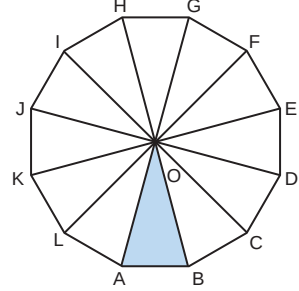
1. Düzgün altıgen, düzgün sekizgen ve düzgün onikigenin alanlarının nasıl bulunacağına yönelik varsayımlarınızı yazınız.
2. Aşağıdaki düzgün altıgen, düzgün sekizgen ve düzgün onikigenin simetri eksenini olan köşegenleri çizilmiştir. Buna göre çizilen köşegenler yardımıyla soruları cevaplayınız.



Şekil 1



Şekil 2



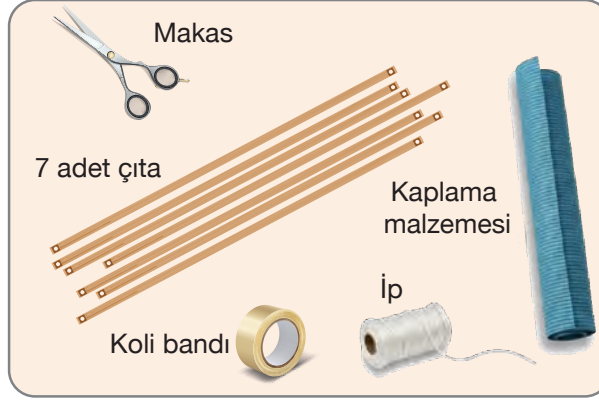
Şekil 3

- a) Şekil 1'deki AOB açısının ölçüsünü bulunuz. AOB üçgeninin alanı yardımıyla düzgün altıgenin alanının nasıl hesaplanabileceğini yazınız.
 - b) Şekil 2'deki AOB açısının ölçüsünü bulunuz. AOB üçgeninin alanı yardımıyla düzgün sekizgenin alanının nasıl hesaplanabileceğini yazınız.
 - c) Şekil 3'teki AOB açısının ölçüsünü bulunuz. AOB üçgeninin alanı yardımıyla düzgün onikigenin alanının nasıl hesaplanabileceğini yazınız.
3. Düzgün altıgen, düzgün sekizgen ve düzgün onikigenin alanlarının nasıl bulunabileceğine yönelik örüntünüzü genelleştiriniz ve bulduğunuz sonuçları yazınız.



- 4. Düzgün altıgen, düzgün sekigen ve düzgün onikigenin alanlarının nasıl bulunabileceğine yönelik genellemenizi varsayımlarınızla karşılaştırarak her birini önermeler şeklinde yazınız.
5. Elde ettiğiniz önermeleri aşağıdaki gerçek yaşam durumu probleminde uygulayınız ve kullanışlılık açısından değerlendiriniz.

Hafta sonu ailesiyle pikniğe gitmeyi planlayan Ömer Bey, çocuklarına uçurtma yapmak istemiştir. Ömer Bey'in uçurtma yapımı için hazırlamış olduğu 60 cm uzunluğunda 7 adet özdeş çita ve diğer gerekli malzemeler aşağıdaki görselde verilmiştir.



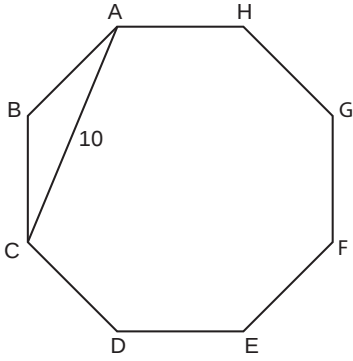
Uçurtma yapımı için uygulanması gereken adımlar aşağıdaki gibidir.

- I. Çitalar orta noktaları üst üste gelecek şekilde ayarlanır.
- II. Çitalar, uç noktaları arasındaki uzaklıklar eşit olacak biçimde orta noktalarından iple birbirine bağlanarak sabitlenir ve böylece uçurtmanın iskeleti oluşturulur.
- III. Çitaların uç noktalarında bulunan deliklerden yararlanılarak uçurtmanın iskeleti ip ile çevrilir.
- IV. Kaplama malzemesi makas ve bant yardımıyla iskeletin üzerine kaplanarak uçurtmanın gövdesi tamamlanır.
- V. Uçurtmanın orta noktası ile ardışık iki köşesi, eşit uzunlukta iplerle birbirine bağlanarak uçurtmanın havada dengeli uçmasını sağlayan bağlantı noktası oluşturulur.
- VI. Artan kaplama malzemesi kullanılarak uçurtmanın dengesini sağlayacak uzunlukta kuyruk yapılır ve uçurtma tamamlanır.

Buna göre

- a) Ömer Bey yukarıdaki adımları uygulayarak çocuklarına biri üç, diğeri dört çitadan oluşan iki farklı uçurtma yapmıştır. Uçurtmaların kaplanan yüzey alanları toplamının kaç cm^2 olduğunu hesaplayınız.
- b) Aynı şekilde, çitalardan altı tanesi kullanılarak yapılacak uçurtmanın kaplanan yüzey alanının kaç cm^2 olacağını hesaplayınız.

15. Örnek



Yandaki düzgün sekizgende $|AC| = 10$ cm olarak veriliyor. Buna göre düzgün sekizgenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

Çözüm

Düzgün sekizgene ait iç açıortay doğruları çizilirse ardışık iki iç açıortay doğrusu arasında merkezde oluşan açının ölçüsü $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ olarak bulunur.

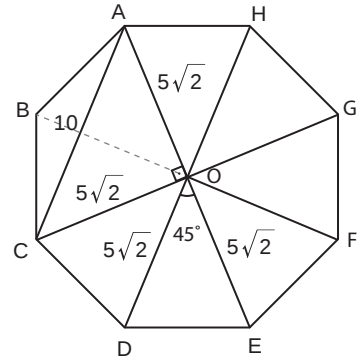
$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{BOC}) = m(\widehat{COD}) = m(\widehat{DOE}) = m(\widehat{EOF}) = m(\widehat{FOG})$ ve $m(\widehat{FOG}) = m(\widehat{GOH}) = m(\widehat{HOA}) = 45^\circ$ olur.

$m(\widehat{AOC}) = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ olur.

AOC ikizkenar dik üçgeninde $|AC| = 10$ cm olduğundan $|OA|^2 + |OC|^2 = 10^2$ dolayısıyla $|OA| = |OC| = 5\sqrt{2}$ cm olur.

$$\begin{aligned} A(\widehat{DOE}) &= \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25\sqrt{2}}{2} \text{ cm}^2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$A(ABCDEFGH) = 8 \cdot A(\widehat{DOE})$ olduğundan $A(ABCDEFGH) = 8 \cdot \frac{25\sqrt{2}}{2} = 100\sqrt{2} \text{ cm}^2$ olarak bulunur.



Sıra Sizde 14



Yandaki görselde Sivas'ın Divriği ilçesinde bulunan, Mengücek Beyliği Dönemi'ne ait tarihî bir kümbet olan Sıte Melik Kümbeti verilmiştir. Düzgün sekizgen bir taban üzerine inşa edilmiş olup kümbet taş işçiliği ve mimari detaylarıyla dikkat çeker.

Bu kümbetin tabanının bir kenar uzunluğu yaklaşık $2\sqrt{2}$ metre olarak ölçülmüştür.

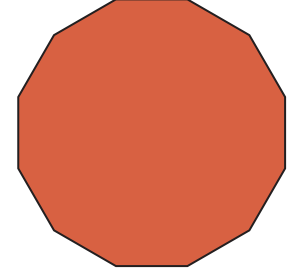
Buna göre kümbetin taban alanının yaklaşık kaç metrekare olduğunu hesaplayınız.

16. Örnek

Bir organizasyon firması düzenleyeceği etkinlikler için aşağıda Görsel 1'deki gibi tabanı düzgün onikigen şeklinde bir çadır kurmayı planlamaktadır. Görsel 2'de çadırın tabanının iki boyutlu modellenmiş hâli verilmiştir.



Görsel 1



Görsel 2

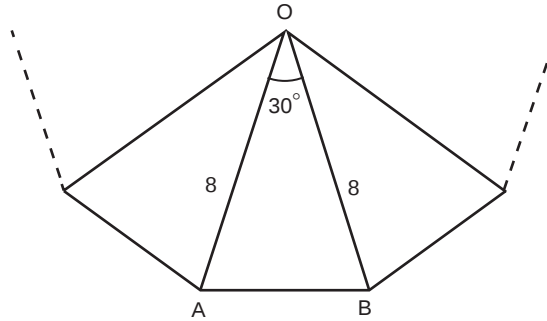
Çadırın zemini tamamen ahşap ile kaplanacaktır. Yapılan ölçümlerde çadırın tabanındaki birbirine en uzak iki nokta arasındaki mesafe 16 metre olarak hesaplanmıştır.

Buna göre çadırın tabanını kaplamak için toplam kaç metrekare ahşap gerektiğini bulunuz.

Çözüm

Kenar sayısı çift sayı olan düzgün çokgenlerde en uzun köşegen aynı zamanda çokgenin iç açıortay doğrusudur. Düzgün onikigene ait iç açıortay doğruları çizilirse 12 adet eş ikizkenar üçgen oluşur. Çizilen iç açıortay doğruları bir noktada kesişir ve çokgenin en uzun köşegen uzunluğunun yarısı, ikizkenar üçgenin eşit kenar uzunluklarını verir.

Bu durumun bir kısmı aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Bu durumda $|AO| = |OB| = 8$ metre olur. Oluşan ikizkenar üçgenlerin tepe açısının ölçüsü

$$m(\widehat{AOB}) = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ \text{ olur.}$$

AOB üçgeninin alanını bulmak için sinüs alan formülü kullanılırsa

$$A(\widehat{AOB}) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 16 \text{ metrekare olur.}$$

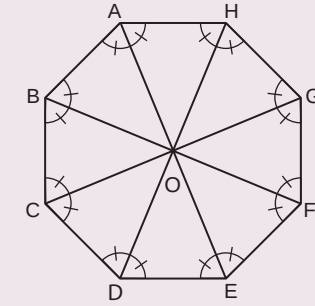
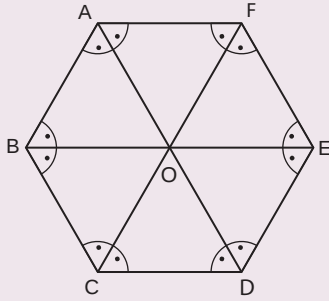
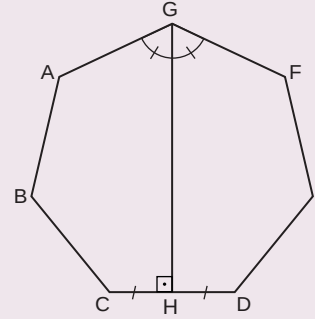
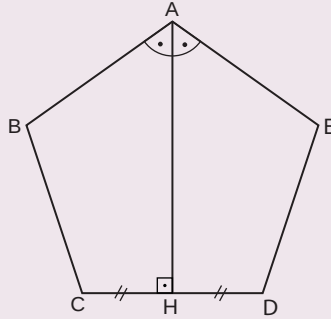
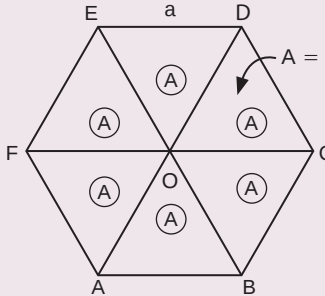
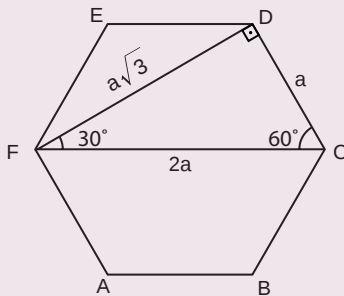
Düzgün onikigenin alanı ise $12 \cdot 16 = 192$ metrekare olarak bulunur.

Kontrol Noktası**1. n kenarlı bir dışbükey çokgende**

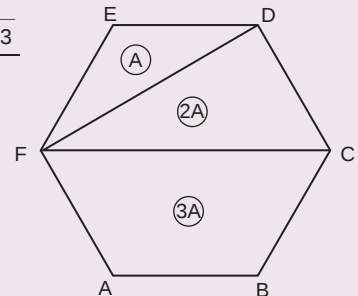
- Bir köşesinden çizilen köşegen sayısı $(n - 3)$ tür.
- Bir köşesinden çizilen köşegenlerle $(n - 2)$ tane üçgen oluşur.
- İç açılarının ölçüleri toplamı $(n - 2) \cdot 180^\circ$ dir.
- Dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

2. n kenarlı bir düzgün çokgende

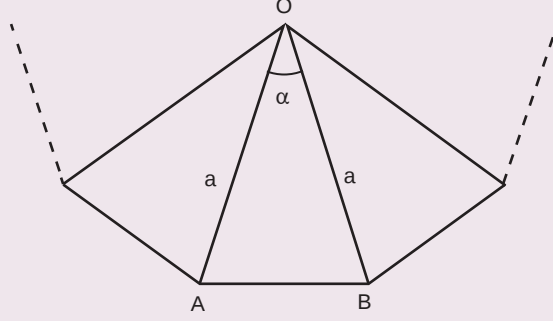
- Tüm kenar uzunlukları birbirine eşittir.
- Bir iç açısının ölçüsü $\frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$ veya $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ dir.
- Bir dış açısının ölçüsü $\frac{360^\circ}{n}$ dir.

3. Kenar sayısı çift sayı olan düzgün çokgenlerin en uzun köşegeni, simetri eksenini ve iç açıortay doğrusudur. İç açıortayları bir noktada kesişir. Kenar sayısı çift sayı olan düzgün çokgenlerde karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir.**4. Kenar sayısı tek sayı olan düzgün çokgenlerde bir köşeden karşı kenara çizilen iç açıortay doğrusu simetri eksenidir.****5. Bir kenar uzunluğu a birim olan düzgün altıgenin köşegen uzunlukları ve köşegenlerle oluşan alanlar A, 2A ve 3A bulundukları bölgelerin alanları olmak üzere alanlar arasında aşağıdaki bağıntılar vardır.**

$$A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$



6. n kenarlı bir düzgün çokgenin iç açıortaylarının kesim noktası O , O noktasının düzgün çokgenin köşelerine uzaklıkları a birim ve $m(\widehat{AOB}) = \alpha = \frac{360^\circ}{n}$ olmak üzere



Düzgün çokgenin alanı $= n \cdot A(\widehat{AOB}) = n \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin \alpha$ birimkaredir.

Alıştırmalar

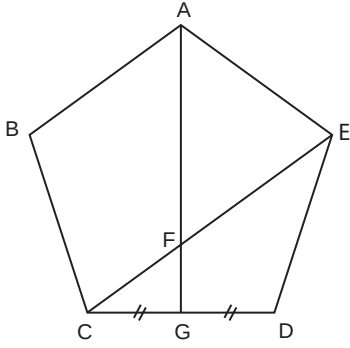
1. Aşağıdaki görselde verilen Türk Bayrağı üzerinde bulunan yıldızın geometrik yapısını inceleyen bir öğrenci, yıldızın düzgün bir beşgenin köşegenlerinin birleştirilmesiyle oluştuğunu fark etmiştir.



Buna göre yıldızın geometrik özelliklerinden yararlanarak aşağıdaki soruların doğru cevaplarını bulunuz.

- Yıldızın sivri uçlarında oluşan tepe açılarından birinin ölçüsü kaç derecedir?
- Yıldızın iç bölgesinde kaç farklı açı ölçüsü oluşur?
- Yıldızın iç bölgesinde oluşan açılardan en geniş olanın ölçüsü kaç derecedir?

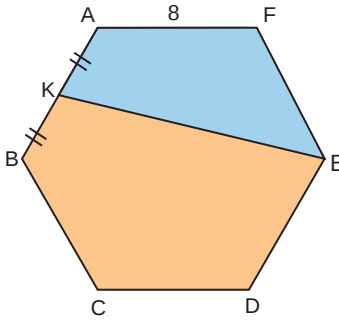
2.



Yandaki ABCDE düzgün beşgeninde $G \in [CD]$, $|CG| = |GD|$ ve $[AG] \cap [CE] = \{F\}$ olarak veriliyor.

Buna göre $m(\widehat{AFE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

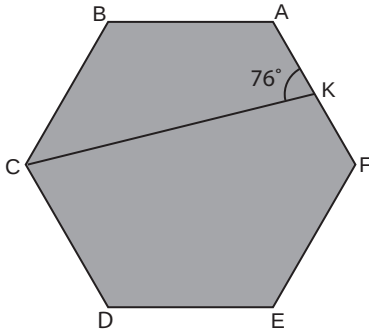
3.



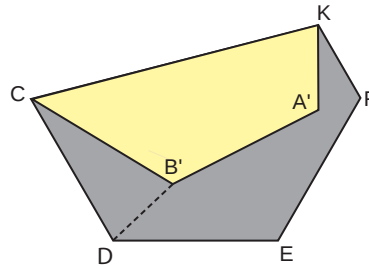
Yandaki ABCDEF düzgün altıgeninde $K \in [AB]$, $|BK| = |AK|$ ve $|AF| = 8$ cm olarak veriliyor.

Buna göre mavi renkli bölgenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

4.



Şekil 1

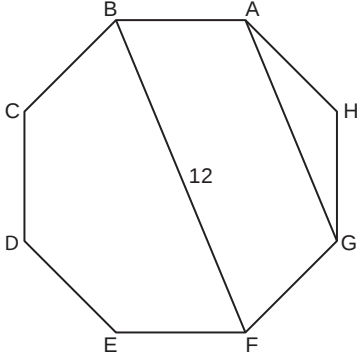


Şekil 2

Şekil 1'deki ön yüzü gri arka yüzü sarı olan ABCDEF düzgün altıgen biçimindeki bir kâğıt $[KC]$ boyunca katlandığında A ve B sırasıyla A' ve B' noktalarına gelerek Şekil 2 elde ediliyor.

$m(\widehat{AKC}) = 76^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{B'DE})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

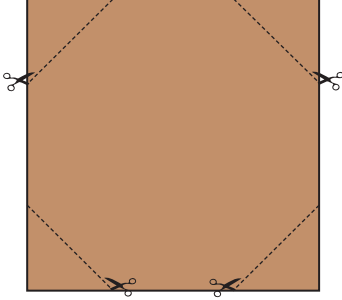
5.



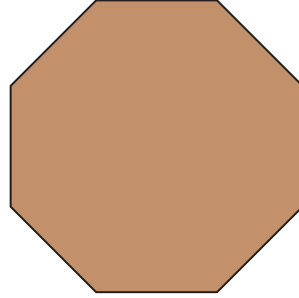
Yandaki şekilde ABCDEFGH düzgün sekizgen, $|BF| = 12$ cm olarak veriliyor.

Buna göre $|AG|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.

6. Şekil 1'deki kare biçimindeki kartonun her köşesinden eş büyüklükte üçgen parçalar kesilerek Şekil 2'deki düzgün sekizgen elde edilmektedir. Kesilen üçgenlerin toplam alanı 16 birimkaredir.



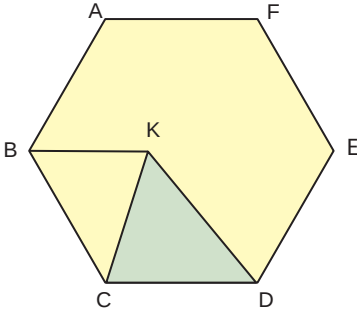
Şekil 1



Şekil 2

Buna göre Şekil 2'de görülen düzgün sekizgenin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.

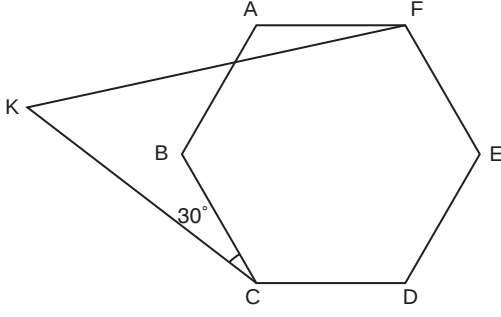
7.



Yandaki şekilde ABCDEF düzgün altıgen, K altıgenin içinde bir nokta, $[BK] \parallel [CD]$ ve $A(\widehat{CDK}) = 9\sqrt{3}$ birimkare olarak veriliyor.

Buna göre düzgün altıgenin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.

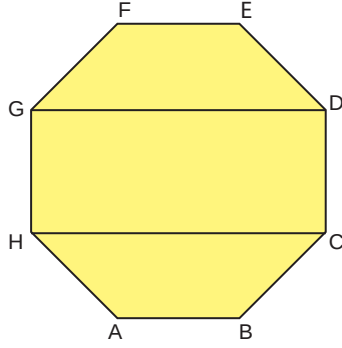
8.



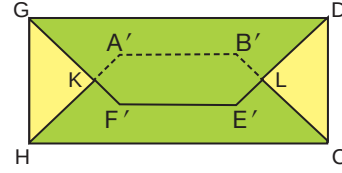
Yandaki şekilde ABCDEF düzgün altıgen, K altıgenin dışında bir nokta, $m(\widehat{BCK}) = 30^\circ$, $|CK| = 12$ birim ve $|KF| = 20$ birim olarak veriliyor.

Buna göre $\widehat{ABCDEF}$ nin kaç birim olduğunu bulunuz.

9. Şekil 1'deki ön yüzü sarı, arka yüzü yeşil renkli olan düzgün sekizgen biçimindeki kâğıt üstten $[GD]$ boyunca, alttan ise $[HC]$ boyunca katlandığında A, B, E ve F noktaları sırasıyla A' , B' , E' ve F' noktalarına denk geliyor ve Şekil 2 elde ediliyor.



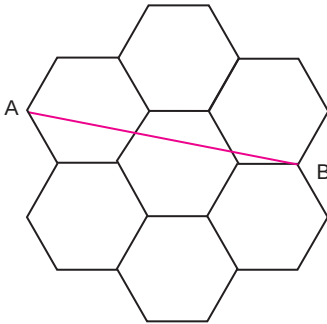
Şekil 1



Şekil 2

Düzgün sekizgenin bir kenar uzunluğu $4\sqrt{2}$ birim olduğuna göre üç katlı $KF'E'LB'A'$ bölgesinin alanının kaç birimkare olduğunu hesaplayınız.

10.



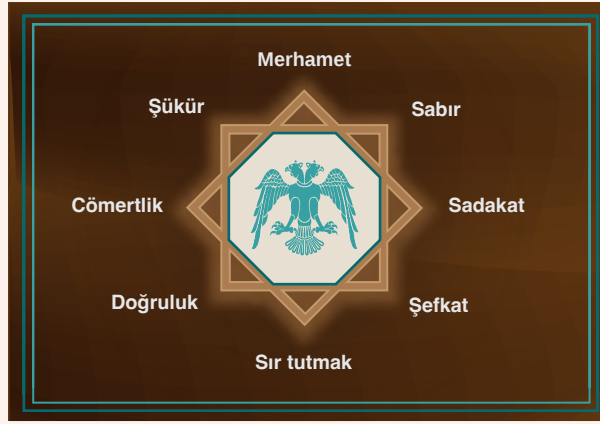
Yandaki şekilde, bir kenar uzunluğu 2 birim olan düzgün altıgenlerden oluşan bir desen verilmiştir.

Buna göre A ve B köşe noktaları arasındaki uzaklığın kaç birim olduğunu bulunuz.

2.5. ÇOKGENLERLE İLGİLİ PROBLEMLER

Konuya Başlarken

Selçuklu yıldızı, kökeni Karahanlı Devleti'ne kadar uzanan ancak daha çok Selçuklu Devleti tarafından kullanılan sekiz köşeli bir sembolik amblemdir. Bu yıldız, merkezleri aynı olan ve eşit büyüklükteki iki kareden birinin diğerine göre 45° döndürülmesiyle oluşturulmuştur. Selçuklu yıldızı, günümüz Türk kültüründe de önemli bir yere sahiptir. Mimari eserlerde, sanatta hatta para birimlerinde sıkça kullanılmıştır. Görsel 2.9'da Selçuklu yıldızı ve ona atfedilen anlamlar verilmiştir.



Görsel 2.9: Selçuklu yıldızı ve anlamları

Verilen bilgileri kullanarak ve görseli inceleyerek aşağıdaki soruların cevaplarına ilişkin fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

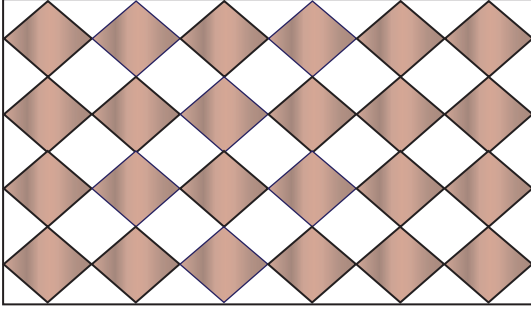
1. Görsel 2.9'da hangi düzgün çokgenler kullanılmıştır?
2. Görsel 2.9'da karelerin köşe noktaları kullanılarak nasıl bir çokgen elde edilebilir?
3. Üstten bakıldığında Selçuklu yıldızı şeklinde görünen ve bu yıldızın kenarlarının yürüyüş yolları olarak tasarlandığı bir park inşa edilmek isteniyor. Bu parkın yeşil alanlarının alanını ve yürüyüş yollarının uzunluklarını bulma probleminin çözümü için nasıl bir strateji izlenmelidir?

Çokgenler gerçek yaşamda çok önemli bir yere sahiptir. Bal peteği yapımında en az malzeme ile en çok yer kaplamak için kullanılabilecek en iyi şekil altıgendir. Benzer şekilde inşaat sektöründe de en verimli kullanım alanlarını oluşturmak için dışbükey çokgenlerden yararlanılır. Gerçek yaşam problemlerinde karşılaşılan dışbükey çokgenler, yapılan tasarımların kullanım alanlarının verimliliğinde ve süsleme sanatlarında stratejik bir yere sahiptir.

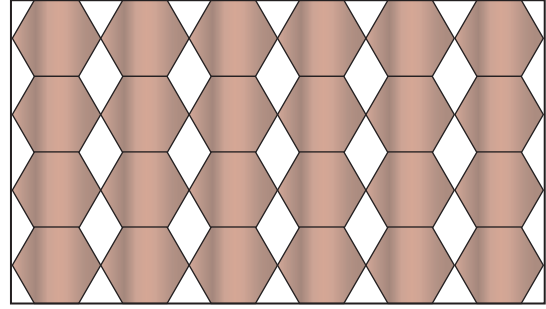
17. Uygulama

Çokgenlerle İlgili Problem Çözme-1

Aşağıda bulunan problem durumunu inceleyiniz ve istenenleri gerçekleştirerek soruları cevaplayınız. Fayans ustası Hüseyin Bey, bir müşterisinin dikdörtgen şeklindeki mutfak zeminini fayansla kaplayacaktır. Müşterisi, Hüseyin Bey'e kullanacağı fayans modellerinin düzgün altıgen veya eşkenar dörtgen şeklinde olabileceğini ancak görüntünün bozulmaması adına bu fayanslarda herhangi bir kesme işlemi yapmaması gerektiğini söylemiştir. Bunun üzerine Hüseyin Bey mutfağın zemin ölçülerini aldıktan sonra aşağıdaki iki farklı modeli tasarlamış ve müşterisine sunmuştur. İki modelde de kullanılan fayans sayısı ve fayansların metrekare fiyatı aynı olup fayanslar dışında kalan boşluklar için ise metrekare fiyatı fayanslardan iki kat daha pahalı olan bir dolgu malzemesi kullanılacaktır (Her iki model için de Hüseyin Bey'in işçilik ücreti aynıdır.). Bu iki model arasında hangisinin maliyetinin daha uygun olacağını bulunuz.



Model 1 (Eşkenar dörtgen)



Model 2 (Düzgün altıgen)

1. Hüseyin Bey'in modelleri tasarlarken fayansları kesmeden zemine yerleştirebilmek için hangi verileri kullanması gerektiğini belirleyiniz.
2. Her iki model için maliyet hesaplarının nasıl yapılabileceğini belirleyiniz.
3. Bu iki modelden hangisinin daha ekonomik olduğunu bulabilmek için problemin matematiksel bileşenlerini ve bu bileşenler arasındaki ilişkileri problemin bağlamına uygun bir şekilde matematiksel olarak ifade ediniz.
4. Matematiksel olarak ifade ettiğiniz problemi düzgün çokgenlerin konumları, aralarında oluşturdukları açılar gibi verileri kullanarak kendi cümlelerinizle açıklayınız.
5. Kullanılan fayansların kaç metrekarelik bir alanı kapladığını ve dolgu işleminin kaç metrekarelik boş alana yapıldığını hesaplayabilmek için bir strateji geliştiriniz. Geliştirdiğiniz stratejiyi açıklayınız.
6. Geliştirdiğiniz stratejiyi sistematik şekilde uygulayarak problemi çözünüz. Çözümünüzde hangi geometrik kavramları nasıl ve neden kullandığınızı açıklayınız.

7. Çözümünüzü kontrol ederek arkadaşlarınızın çözüm yollarını ve stratejilerini eleştirel bir bakış açısıyla inceleyiniz. Kendi çözüm yolunuz ile arkadaşlarınızın çözüm yollarını ve stratejilerini karşılaştırınız. İncelediğiniz farklı stratejilerden varsa çözüme ulaşmayanları belirtiniz. Bu stratejilerle çözüme ulaşamamanızın nedenlerine ilişkin fikirlerinizi açıklayıp sınıf arkadaşlarınızla saygı ve nezaket kuralları çerçevesinde tartışınız, çözüme ulaştırmayan stratejilerinizi değiştiriniz.
8. Çözüme ulaşmanızı sağlayan stratejilerin başka hangi tür problemlerin çözümünde kullanılabileceğine ilişkin çıkarımlarınızı gerekçeleriyle açıklayınız.
9. Farklı stratejilerle ilgili çıkarımlarınızın geçerliliğini ve problemin çözüm stratejisine ilişkin gerekçeli yargılarınızı matematiksel örneklerle değerlendirmek amacıyla aşağıdaki örnek problem durumunu inceleyiniz. Çözüm adımlarınızı sistematik şekilde ve kararlılıkla uygulayarak probleme ilişkin soruları cevaplayınız.

Problem

Uzun kenar uzunluğu kısa kenar uzunluğunun $\sqrt{3}$ katı ve alanı $192\sqrt{3}$ birimkare olan dikdörtgen şeklindeki bir zemin, Model 2'deki gibi düzgün altıgen şeklindeki fayanslarla kaplanmak isteniyor. Fayansın adet fiyatı 300 TL olduğuna göre işçilik fiyatı hariç zeminin kaplanması maliyetinin kaç TL olduğunu hesaplayınız.

10. Kullandığınız çözüm stratejisinin, farklı geometrik şekiller (örneğin eşkenar üçgen, düzgün beşgen, düzgün sekizgen tabanlı tasarımlar) içeren problemlere nasıl uyarlanabileceğine ilişkin çıkarımlar yapınız.

Problem



Kümbetler, Selçuklu Hanedanlığı zamanında Anadolu'da yapılmış anıt mezarlardır ve Türk mimarisinin özgün örnekleri arasındadır. Bu yapıların en belirgin özellikleri genellikle tuğla veya taştan yapılmış kare bir zemin üzerine yapılan, silindirik veya çok köşeli bir gövde ile koni şeklindeki çatılarıdır. Yandaki görselde Kayseri'de bulunan Çifte Kümbet verilmiştir. Çifte Kümbet, kare bir zemin üzerine oturtulmuş düzgün sekizgen bir yapı şeklinde inşa edilmiştir.

Buna göre kümbetin tabanının oturtulduğu karenin bir kenar uzunluğu 4 metre ise tabanı düzgün sekizgen biçiminde yapılabilecek en büyük kümbetin tabanının modelini oluşturunuz ve alanının kaç metrekare olduğunu bulunuz.

11. 10. maddedeki problemin çözümü için verilen bilgilerin çözüm stratejinizi değiştirip değiştirmeyeceğine ilişkin fikirlerinizi sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız ve çıkarımlarınızın geçerliliğini değerlendiriniz.

Konu ile ilgili etkileşimli içeriğe yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.



18. Örnek

Genellikle cami avlularının ortasında bulunan, çevresindeki musluklardan ve ortasındaki fıskiyeyle su akan üzeri kubbeli abdest alma yerine **şadırvan** adı verilmektedir. Şadırvan sözcüğü akıcı çok su manasındaki “Şadâb-ı Revân” dan gelmektedir. Görsel 1’de sekizgen şeklindeki Ramazanoğlu Camii Şadırvanı (Adana), Görsel 2’de altıgen şeklindeki Kapu Camii Şadırvanı (Konya), Görsel 3’te onikigen şeklindeki Ali Paşa Şadırvanı (İzmir) verilmiştir.



Görsel 1



Görsel 2



Görsel 3

Yeni yapılan bir caminin avlusuna yukarıda verilen görsellerdeki gibi şadırvan yaptırmak isteyen bir hayırsever, mimarla anlaşarak mimardan yaptıracığı şadırvanın projesini çizmesini istemiştir. Mimar aşağıdaki koşulları dikkate alarak bir çizim yapacaktır.

- Şadırvanın oturtulduğu zemin, her bir iç açısının ölçüsü 135° olan düzgün çokgenden oluşacaktır.
- Muslukların bulunduğu bölümün duvarları, zemini oluşturan çokgenin kenarları ile paralel olacak şekilde belli oranda küçültülerek yapılacaktır.
- İç bölümde yer alan çokgenin her bir duvarına üç musluk ve her bir musluk için bir oturak yapılacaktır.
- Şadırvanın üstten görünümü modellendiğinde oluşan çokgenlerin merkezinde fıskiye bulunacaktır. Fıskiye için içte bulunan çokgenin bir köşesine uzaklığı 1 metre, dışta bulunan çokgenin bir köşesine uzaklığı 3 metre olacaktır.

Verilen bilgilere göre şadırvanın zemininin üstten görünümünü modelleyen şeklin pergel, cetvel, ölçüsüz cetvel veya matematik yazılımı yardımıyla taslak bir çizimini oluşturunuz. Oluşturduğunuz çizim yardımıyla aşağıdaki soruları cevaplayınız.

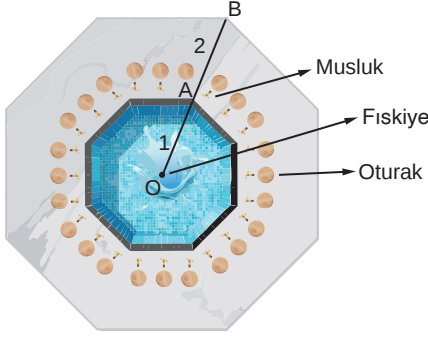
1. Çizdiğiniz şekilde dışta oluşan çokgenin alanının içte oluşan çokgenin alanının kaç katı olduğunu bulunuz.
2. Çizdiğiniz şekilde kaç tane simetri eksenini olduğunu bulunuz.
3. Şadırvanda kullanılacak olan her bir musluğun maliyeti 150 TL, her bir oturmağın maliyeti 300 TL olduğuna göre musluk ve oturak için harcanacak toplam paranın kaç TL olduğunu bulunuz.



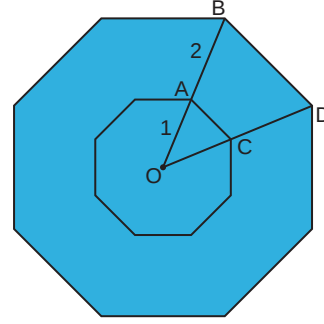


Çözüm

1. Şadırvanın üstten görünümü, Şekil 1'deki gibi modellenmiştir. Şekil 2'de şadırvanın modellenmesinde kullanılan üçgen kesit verilmiştir.



Şekil 1



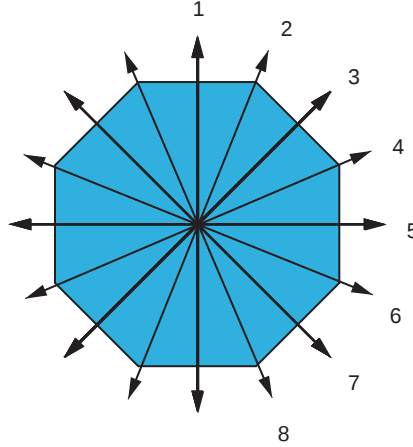
Şekil 2

Benzer üçgenlerin alanları oranı sekizgenlerin alanları oranına eşit olacağından

$$\frac{\text{Büyük sekizgenin alanı}}{\text{Küçük sekizgenin alanı}} = \left(\frac{3}{1}\right)^2 = 9 \text{ olur.}$$

Dolayısıyla dıştaki sekizgenin alanı içteki sekizgenin alanının 9 katıdır.

2. Verilen şeklin kenarlarının orta noktalarından ve köşelerinden doğrular çizildiğinde aşağıdaki gibi 8 tane simetri eksenini oluşur.



3. Yapılan modellemede şadırvanın 8 kenarı ve her kenarına ait 3 musluk ile 3 oturak olduğu için şadırvanda toplam 24 tane musluk ve 24 tane de oturak vardır.

Muslukların maliyeti 150 TL olduğundan musluklara ödenen toplam para

$$24 \cdot 150 = 3600 \text{ TL olur.}$$

Bir oturağın maliyeti 300 TL olduğundan oturaklara ödenen toplam para

$$24 \cdot 300 = 7200 \text{ TL olur.}$$

Bu durumda toplam ödenen para $7200 + 3600 = 10\,800$ TL olur.

19. Örnek

Babaaanne battaniyeleri (Görsel 1), kullanılmayan ipleri değerlendirmek amacıyla örülen bir battaniye türüdür.



Görsel 1

Gül Hanım Görsel 2’de bir kısmı verilen düzgün beşgen şeklindeki motifleri örüp birleştirerek torunları için yapacağı battaniyenin üzerine süs olarak kullanacaktır.



Görsel 2

Buna göre

1. Motifi oluşturan düzgün beşgenler tamamlanıp şekil kapalı hâle getirildiğinde motifin iç kısmında oluşacak şeklin kaç kenarlı bir çokgen olduğunu bulunuz.
2. Motifin iç kısımda oluşan çokgenin en uzun köşegen uzunluğu 40 cm olduğuna göre bu çokgenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz. ($\sin 36^\circ \approx 0,58$)

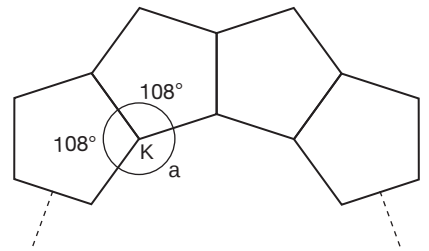
Çözüm

1. Yanda motiflerin birleşimini gösteren bir model verilmiştir. Bu modelde ortada oluşacak çokgenin bir köşesi K noktası ile belirtilmiştir. Her bir motif düzgün beşgen olduğundan, düzgün beşgenin tüm kenarları eşit uzunluktadır ve her bir iç açısının ölçüsü 108° dir. Bu durumda ortada oluşacak şekil de düzgün çokgendir. K köşesindeki açılarının ölçüleri toplamı 360° olduğundan

$$108^\circ + 108^\circ + a = 360^\circ$$

$$a = 360^\circ - 216^\circ$$

$$a = 144^\circ \text{ olarak bulunur.}$$



n kenarlı düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ dir.

$$\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = 144^\circ$$

$$180^\circ \cdot n - 360^\circ = 144^\circ \cdot n$$

$$36^\circ \cdot n = 360^\circ$$

$n = 10$ olarak bulunur. Bu durumda orta kısmında düzgün ongen oluşacaktır.





2. En uzun köşegeninin uzunluğu 40 cm olduğundan çokgenin simetri merkezinin köşelere uzaklığı 20 cm'dir. Simetri merkezi köşelerle birleştirilirse kenar uzunlukları 20 cm ve tepe açısının ölçüsü 36° olan 10 adet ikizkenar üçgen oluşur. Bu üçgenlerin alanları toplamı düzgün ongenin alanına eşit olacaktır.

$$\begin{aligned}\text{Çokgenin Alanı} &= 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20 \cdot \sin 36^\circ \\ &= 10 \cdot 200 \cdot 0,58 = 1160 \text{ cm}^2 \text{ olarak bulunur.}\end{aligned}$$

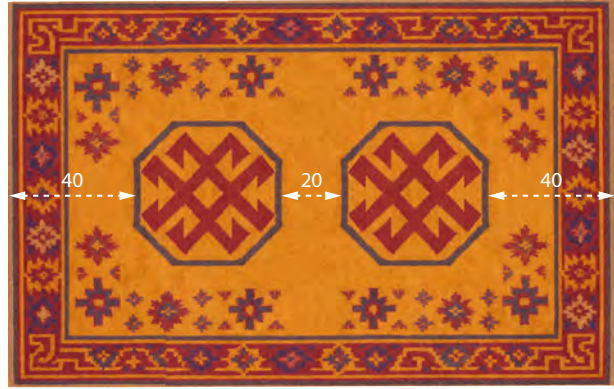
20. Örnek

Türk kültüründe kilim motifleri ve anlamları nesilden nesile aktararak günümüze kadar gelmiştir. Binlerce yıllık bir geçmişe sahip olan bu desen ve motifler bulundukları topluma ait inanç ve kültürün bir ifadesidir. Bu motiflerin özel anlamları ve isimleri vardır. Elibelinde, koçboynuzu, akrep, su yolu ve pıtrak bu motiflerden bazılarıdır.

Kadriye Hanım, boyutları 150×200 cm olan bir kilim dokumak istemektedir. Kilimde, Görsel 1'deki akrep motifi, iki adet eş düzgün sekizgen içerisine yerleştirilmiştir (Görsel 2). Sekizgenlerin aralarındaki mesafe 20 cm, kilimin kısa kenarlarına olan uzaklıkları ise 40 cm'dir.



Görsel 1



Görsel 2

Sekizgen şekillerin kilimin uzun kenarlarına uzaklıkları eşit olduğuna göre bu uzaklığın kaç santimetre olduğunu bulunuz.

Çözüm

Akrep motifinin yer aldığı düzgün sekizgenlerin paralel olan kenarları arasındaki uzaklık a cm, sekizgenlerin halının uzun kenarlarına olan uzaklığı b cm olsun. Kilimde uzun kenarın uzunluğu 200 cm olduğundan

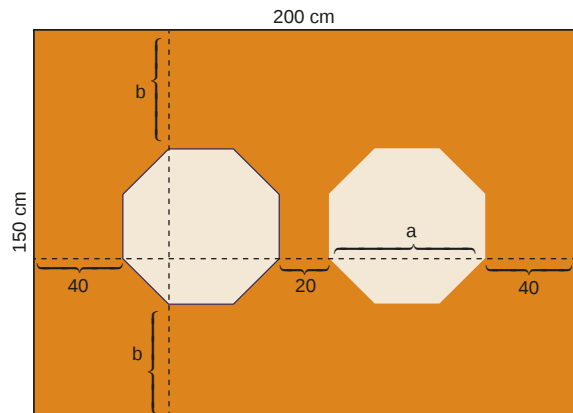
$$2a + 100 = 200 \text{ ise}$$

$$a = 50 \text{ cm bulunur.}$$

Kilimde kısa kenarın uzunluğu 150 cm olduğundan

$$2b + 50 = 150 \text{ ise}$$

$$b = 50 \text{ cm olarak bulunur.}$$



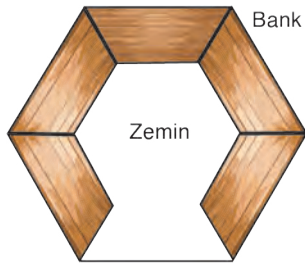
Sıra Sizde 16

Genellikle bahçelerde, parklarda veya özel mülklerde kullanılan üst tarafı kapalı ahşap, metal veya plastik malzemeden yapılan yapılara “kameriye” adı verilir. Kameriyeler kare, dikdörtgen, altıgen veya sekizgen şeklinde olabilir. Görsel 1’de düzgün altıgen şeklinde bir kameriye verilmiştir.

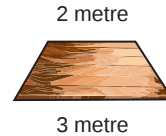


Görsel 1

Görsel 1’de verilen düzgün altıgen şeklinde bir kameriyenin kullanım alanının üstten görüntüsü Görsel 2’de verilmiştir. Kameriyenin oturma alanı için tasarlanan banklar Görsel 3’teki ikizkenar yamuklardan 5 tanesinin birleştirilmesiyle elde edilmektedir.



Görsel 2



Görsel 3

Buna göre

1. İkizkenar yamukların taban açılarının ölçülerinin kaç derece olduğunu bulunuz.
2. Görsel 2’de birbirine en uzak iki nokta arasındaki uzaklığın kaç metre olduğunu bulunuz.



3. Görsel 2’de simetri eksenlerinin kesiştiği noktanın banklara en kısa uzaklığının kaç metre olduğunu bulunuz.
4. Şekilde banklar dışında kalan kısımlar karo taşları ile kaplanacaktır. Karo taşı ile kaplanacak bölgenin alanının kaç metrekare olduğunu bulunuz.

Performans Görevi

Adı: Çokgenler ve Dörtgenlere Dair Sınıflandırma, Yapılandırma ve Çıkarımlarla İlgili Farklı Problem Durumları

Beklenen Performans: Çokgenler ve dörtgenlere dair sınıflandırma, yapılandırma ve çıkarımlara ilişkin bilgi ve becerilerle ilgili farklı problem durumlarını araştırıp araştırma sonucunu hazırlayarak sunum yapma

Görev: Bu görevde çokgenler ve dörtgenlere dair sınıflandırma, yapılandırma ve çıkarımlara ilişkin bilgi ve becerilerle ilgili farklı problem durumlarını araştırarak bir sunum hazırlamanız istenmektedir.

Yönerge:

Göreve başlamadan önce aşağıdaki hususlara dikkat ediniz:

- Yapılacak işleri ve çalışma takviminizi içeren bir çalışma planı oluşturunuz.
- Çalışmanızı oluştururken takip edeceğiniz adımları belirleyiniz.
- Çalışmanızı öğretmeninizin belirlediği sürede tamamlayınız.

Görev esnasında aşağıdaki hususlara dikkat ediniz:

- Çokgenler ve dörtgenlerle doğada nerelerde karşılaşılabileceğine dair araştırma yapınız.
- Araştırmanızın sonucunda çokgenler ve dörtgenlerle ilgili iki tane problem oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz problemlerden bir tanesinin çokgenler ve dörtgenlerle ilgili kavramlar kullanarak oluşturulan bir yapının tasarım örneği olmasına dikkat ediniz.
- Oluşturduğunuz problemin çözümünü bulunuz.
- Tasarımınızı görsel olarak destekleyecek bir ürün (yapının taslak planını içeren afiş veya poster, yapının maketi vb.) oluşturunuz.
- Çalışmanız için bir sunum hazırlayınız.

Görev bitiminde aşağıdaki hususlara dikkat ediniz:

- Oluşturduğunuz sunuyu sınıfınızda arkadaşlarınızla paylaşınız.
- Tamamladığınız çalışmayı öğretmeninize teslim ediniz.

Değerlendirme: Performans göreviniz öğretmeniniz tarafından aşağıdaki karekodda verilen Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı ile değerlendirilecektir.

Analitik Dereceli Puanlama Anahtarı'na yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.

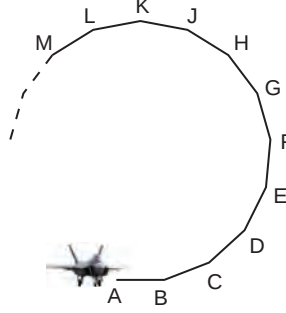


Ek soruların yer aldığı 5. Değerlendirme Soruları'na yandaki karekoddan ulaşabilirsiniz.
(İçerik: Farklı disiplinlere ait sorular)



Alıştırmalar

Türk Havacılık Uzay Sanayii tarafından yürütülen Türkiye'nin en önemli teknoloji projelerinden biri olan millî muharip uçağı KAAN'dır. Bu uçak geliştirme çalışmaları sırasında yapılan test uçuşlarında Karadeniz semalarında görseldeki gibi A noktasına geldikten sonra bu noktadan harekete başlayarak düzgün çokgen olacak şekilde kodlanmış olan ABCDEFGHJKLM... rotasını sabit hızla takip edecekler. KAAN'ın ikinci kez F noktasına gelmesi 10 dakika, üçüncü kez F noktasına gelmesi ise 18 dakika sürmüştür.



Verilen görsel ve bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

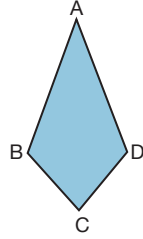
1. KAAN'ın kodlanmış rotasının kaç kenarlı olduğunu bulunuz.
2. KAAN'ın kodlanmış rotasının oluşturduğu düzgün çokgenin kaç tane simetri eksenini olduğunu bulunuz.
3. KAAN; görseldeki rotasını değiştirerek A noktasından F noktasına ve oradan K noktasına doğrusal bir şekilde ilerlediğinde, izlediği bu iki yol arasında oluşan küçük açının ölçüsünün kaç derece olacağını bulunuz.

2. Tema Ölçme ve Değerlendirme Soruları

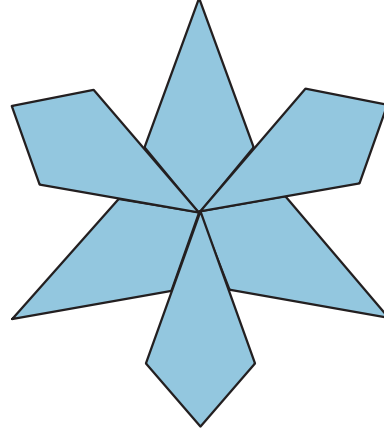
Aşağıda cevaplamanız için temaya ait farklı türlerde 13 adet soru bulunmaktadır.

1-9. bilgi ve becerileri ölçen soruları cevaplayınız.

1.



Şekil 1



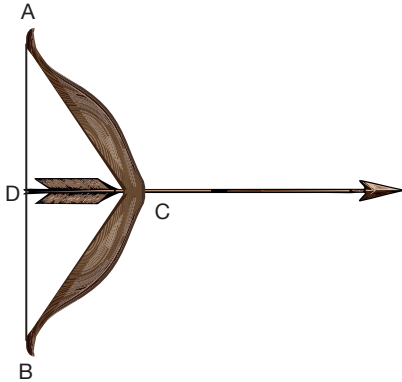
Şekil 2

Şekil 1'deki deltoid şeklindeki kartonlardan 6 tanesi aralarında boşluk kalmayacak ve üst üste gelmeyecek biçimde Şekil 2'deki gibi birleştiriliyor.

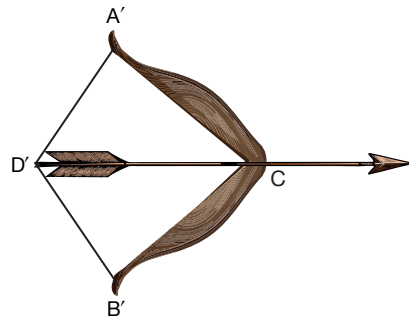
Buna göre $m(\widehat{ABC})$ nün kaç derece olduğunu bulunuz.

2. Şekil 1'de iç kısmı ikizkenar üçgen biçiminde olan bir yay görülmektedir. Yayın üzerindeki A ve B noktalarına bağlı, 80 cm uzunluğunda doğrusal bir ip bulunmaktadır. Ayrıca, AB ipine dik olacak şekilde D noktasında sabitlenmiş bir ok yer almaktadır. Şekil 1'deki okun ip ile yay arasında kalan DC uzunluğu 30 cm'dir.

Ok yönü ve doğrultusu değiştirilmeden D noktasından tutulup çekilerek Şekil 2'deki konum elde edilmektedir. Ok çekildiğinde, yayın üzerindeki A ve B noktalarının konumu sırasıyla A' ve B' olmakta ve bu iki nokta arasındaki mesafe 60 cm'ye düşmektedir.



Şekil 1



Şekil 2

Buna göre okun ilk konumuna göre kaç cm çekildiğini bulunuz.

3. 14-20 Nisan Şehitler Haftası sebebiyle yüksekliği 30 metre olan bir binanın ön ve arka cephesine iki özdeş bayrak, eşit uzunlukta ipler kullanılarak iki farklı biçimde asılıyor (Görsel 1 ve Görsel 2). Görsel 1’de düz bir zemin üzerine konumlandırılan A ve B noktaları bayrağın uzun kenarlarıyla aynı doğrultuda olup zeminden yüksekliği 13 metre, apartmanın üst noktasının bayrağa olan uzaklığı 5 metre ve Görsel 2’de $|KL| = 16$ metre, bayrağın zeminden yüksekliği 15 metredir. Her iki durumda da bayrağın kısa kenarları zemin ile paralel konumlandırılır.



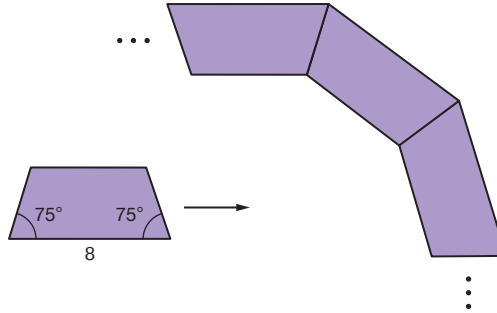
| Görsel 1: Bina'nın ön cephesi



| Görsel 2: Bina'nın arka cephesi

Buna göre asılan bayrağın kapladığı alanın kaç metrekare olduğunu bulunuz.

4. Şekil 1’de taban açıları 75° , alt taban uzunluğu ise 8 birim olan eş ikizkenar yamuklar verilmiştir. Bu yamuklar, yan kenarları arasında boşluk kalmayacak ve üst üste gelmeyecek şekilde yan yana getirilerek Şekil 2’de bir kısmı verilen düzgün çokgen oluşturulacaktır.



Şekil 1

Şekil 2

Buna göre yamukların birleştirilmesiyle oluşacak çokgenin dış çevre uzunluğunun kaç birim olacağını bulunuz.

5.



Hasan, Ekrem, Selami, Arif ve Barış isimli beş arkadaş yaz tatilinde bir haftalık çadır kampı yapmayı planlamışlardır. Bunun için yanda verilen görseldeki gibi ön ve arka yüzü ikizkenar üçgen, zemini ve yan yüzleri dikdörtgen olan bir çadır, çadırın zeminine sermek için beş tane 180×50 cm ebatlarında kamp matı ve diğer gerekli malzemeleri satın almışlardır.

Çadırı kurduktan sonra Hasan, Ekrem, Selami, Arif ve Barış arasında aşağıdaki konuşmalar geçmiştir.

Hasan: Çadır zemininin dört tane simetri eksenı vardır.

Ekrem: Çadırın yüksekliği bilinirse çadırın yan yüzlerinin alanı bulunabilir.

Selami: Matlar, çadırın zemininde boşluk kalmayacak şekilde yan yana yerleştirilirse zeminin alanı 4,5 metrekare olur.

Arif: Çadırın yan yüzlerinin kısa kenarının uzunluğu bilinirse zeminin kısa kenar uzunluğu da bulunabilir.

Barış: Çadırın yan yüzünün uzun kenarının uzunluğu ile zeminin uzun kenarının uzunluğu bilinirse çadırın yüksekliği bulunabilir.

Buna göre Hasan, Ekrem, Selami, Arif ve Barış'ın söylediklerinden hangilerinin kesinlikle doğru olduğunu bulunuz.

6. İzleme mesafesi, televizyonun ekran boyutunu seçerken dikkate alınması gereken önemli bir faktördür. Satın alınacak bir televizyonun ekran boyutu belirlenirken odanın büyüklüğü, oturma düzeni ve izleme mesafesi dikkate alınmalıdır. Televizyonun kaç ekran olduğu, şekildeki gibi kırmızı çizgiyle gösterilen köşegen uzunluğunun santimetre cinsinden ölçülmesi ile bulunur.



Aşağıdaki tabloda bazı televizyon ekranlarının boyutları ve uygun izleme mesafeleri verilmiştir.

Ekran boyutu (cm)	55	66	81	94	101	106	117	132	152
İzleme mesafesi (cm)	100	120	150	175	200	220	245	290	330

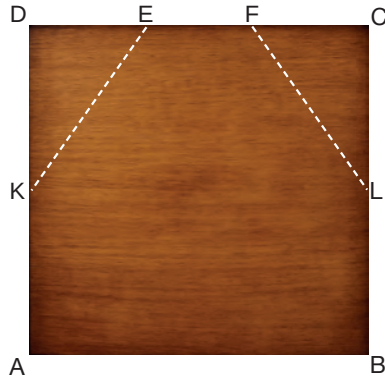
Betül Hanım, televizyon konulacak odasının izleme mesafesinin 245 cm ve alacağı dikdörtgen şeklindeki televizyonun ekran çevre uzunluğunun 322 cm olduğunu bildiğine göre televizyon ekranının kapladığı alanın kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

7. Aşağıda görseli verilen müzik aleti, klasik Türk müziği çalgılardan biri olan “santur” dur. Kanuna benzerliğiyle bilinen santur, ikizkenar yamuk şeklindedir. Ancak kanun gibi kucağa alınmaz, bir sehpaye konulur ve tellerine iki küçük tokmakla vurularak çalınır.



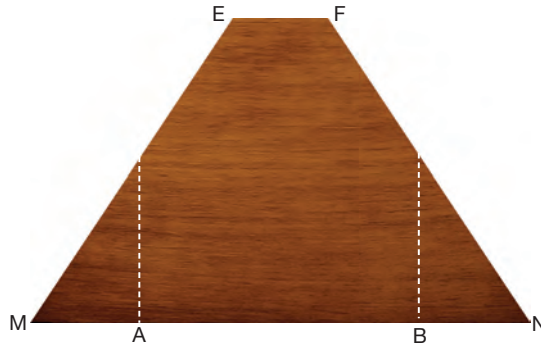
Görsel

Şekil 1’de santur yapabilmek için ceviz ağacından alınmış ABCD karesi şeklindeki tahta parçası verilmiştir.



Şekil 1

E, F, K ve L karenin kenarları üzerindeki noktalar olmak üzere tahta parçası $[EK]$ ve $[FL]$ boyunca kesilip AK ile DK ve BL ile CL çıkışacak biçimde Şekil 2’deki gibi yapıştırılarak ikizkenar yamuk şeklindeki santurun bir parçası elde ediliyor.



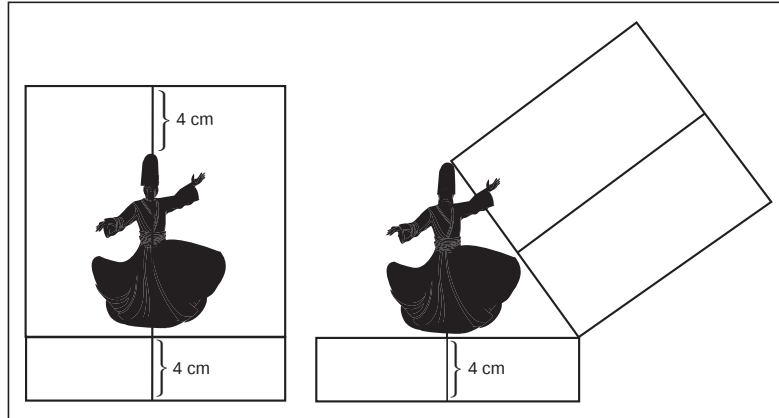
Şekil 2

$|EF| = 2$ birim, $|ME| = 10$ birim ve M, A, B, N doğrusal olduğuna göre A(ABCD) nın kaç birimkare olduğunu bulunuz.

8. Aşağıdaki görselde, merkezinde bir semazenin yer aldığı düzgün altıgen şeklinde zemini bulunan bir müzik kutusu verilmiştir. Ahşap zemin üzerine oturtulan cam fanus şeklindeki kapak, zemine bir kenarından menteşe ile bağlanmıştır. Kapalı durumdaki müzik kutusunda ahşap zeminin yerden yüksekliği ile semazenin külahı ve cam fanusun üst bölgesinin merkez noktası arasındaki en kısa mesafe eşittir ve 4 santimetredir.



Müzik kutusunun cam fanus şeklindeki kapağı açıldığında tasavvuf müziği çalmaya başlamakta ve kutunun içindeki semazen kendi etrafında dönmektedir. Müzik kutusunun kapalı hâlinin görüntüsü ile kutunun kapağı açılırken kapağın semazenin külahına teğet geçtiği andaki görüntüsünün iki boyutlu modeli aşağıdaki şekillerde sırasıyla verilmiştir.



Buna göre

- Cam kapağın semazenin külahını teğet geçtiği anda ahşap zemin ile kapak arasında oluşan dar açının ölçüsünü bulunuz.
- Zeminde bulunan düzgün altıgenin bir kenar uzunluğunun 12 santimetre olduğu kabul edilirse müzik kutusunun yüksekliğinin kaç santimetre olacağını bulunuz.

9. Günlük hayatta üretilen plastiklerin çoğunun ham maddesi petrol ve kömür gibi fosil yakıtlardır. Üretim ve kullanımı diğer fosil yakıtlara göre daha kolay olduğu için petrolden poşet üretilmesi petrole olan talebi artırmaktadır. Bu durum daha çok petrolün işlenmesine yol açmakta dolayısıyla petrolün işlenmesi ve yakılması esnasında doğaya salınan zehirli gazlar çevre kirliliğine neden olmaktadır.

Doğada yok olması çok uzun yıllar alan plastik atıklar, bu süreçte besin zincirine karışarak toprak ve suyu kirletir; çevreye verdikleri olumsuz etkiler nedeniyle ekosistemin dengesini bozar.

Bu nedenle insanların plastikleri kullanırken bilinçli davranması ve kullanımını mümkün olduğunca azaltması büyük önem taşımaktadır.



Şekil 1

Bu sebeple alışverişlerinde plastik poşet kullanımını azaltmak isteyen İpek, evde bulunan eski kumaş parçalarını değerlendirerek kendisine sürekli kullanabileceği dikdörtgen şeklinde bir bez çanta yapıyor (Şekil 1).



Şekil 2



Şekil 3

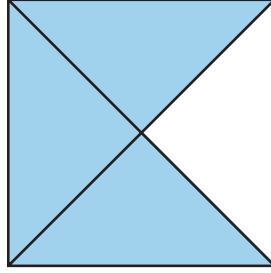
Daha sonra çanta ile aynı boyda olan kare şeklindeki kırmızı bir kumaş parçasını Şekil 2'deki gibi kesiyor.

Alanı 400 cm^2 olan kare şeklindeki kırmızı kumaşın köşelerinden bir kenar uzunluğu $a \text{ cm}$ olan ikizkenar dik üçgenler kesilerek bez çantanın üzerine Şekil 3'teki gibi süslemeler yapılıyor.

Tasarlanan çantanın ortasına yerleştirilen düzgün sekizgenin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.

10-13. çoktan seçmeli soruları cevaplayınız.

10. En uzun köşegen uzunluğu a birim olan n kenarlı bir düzgün çokgenin n tane eş bölmeyle ayrılmasıyla oluşan parçalardan x tanesinin alanı $n \frac{x}{a}$ şeklinde ifade edilmektedir.



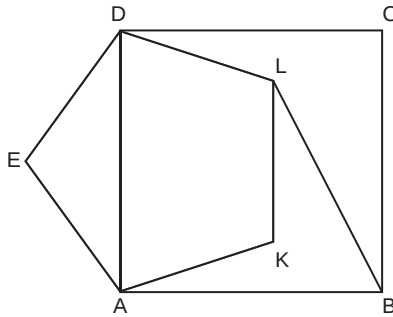
Şekil 1

Örneğin Şekil 1'deki mavi boyalı alanların toplamı $4 \frac{3}{8} = 3 \cdot 8 = 24$ birimkaredir.

Buna göre $8 \frac{3}{4} + 12 \frac{4}{6}$ ifadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 72
- B) 36
- C) $9\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$
- D) $9\sqrt{2} + 3$
- E) $3\sqrt{2} + 9$

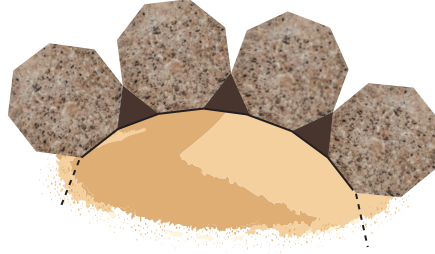
11. Aşağıdaki şekilde ABCD karesi ve AKLDE düzgün beşgeni veriliyor.



Buna göre $m(\widehat{BLK})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

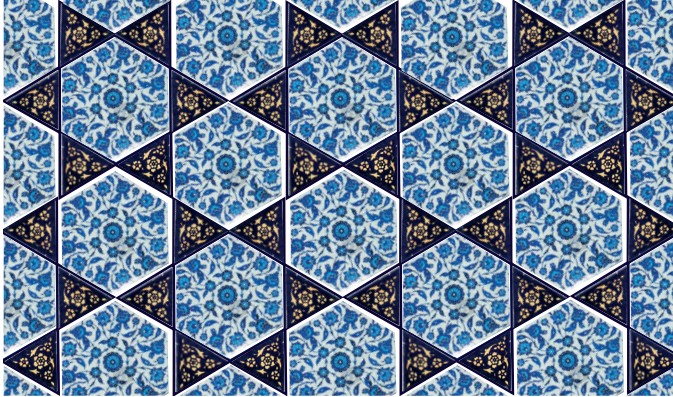
- A) 36°
- B) 30°
- C) 27°
- D) 24°
- E) 18°

12. Yusuf Bey, evinin bahçesinde çocukları için bir kum oyun alanı oluşturmak amacıyla, kenar uzunlukları eşit olan eşkenar üçgen ve düzgün sekizgen biçiminde yeterli sayıda karo taşı temin etmiştir. Bu karo taşlarını belirli bir düzen içinde bir araya getirerek, dışbükey çokgensel bir bölge oluşturacak şekilde bir yapı inşa etmiştir.

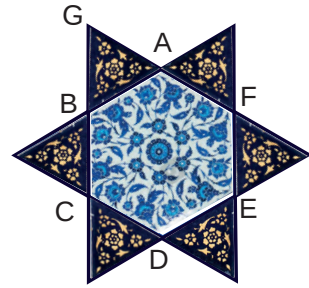


Buna göre oluşan düzgün çokgensel bölgenin kenar sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 30
B) 24
C) 20
D) 18
E) 15
13. Şekil 1'de eşkenar üçgen ve düzgün altıgenler kullanılarak elde edilmiş Topkapı Sarayı'na ait duvar süslemelerinden bir örnek, Şekil 2'de ise bu süslemede kullanılan motif modeli verilmiştir.



Şekil 1



Şekil 2

ABG eşkenar üçgeninin yüksekliği $4\sqrt{3}$ cm olduğuna göre ABCDEF çokgeninin alanının cm^2 cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $96\sqrt{3}$
B) $92\sqrt{3}$
C) $88\sqrt{3}$
D) $84\sqrt{3}$
E) $80\sqrt{3}$

